

# TAM SAYILARLA İŞLEMLER

## Tam Sayılarla Toplama İşlemi



Aynı işaretli tam sayılar toplanırken işaretleri yokmuş gibi toplama işlemi yapılır, sonucun önüne ortak işaretleri yazılır.

**Örnek 1:**  $(-13) + (-27) = -(13 + 27) = -40$

- |                      |                       |                      |
|----------------------|-----------------------|----------------------|
| a) $(+5) + (+7) =$   | b) $(+1) + (+12) =$   | c) $(+19) + (+23) =$ |
| d) $(-2) + (-3) =$   | e) $(-7) + (-4) =$    | f) $(+52) + (+19) =$ |
| g) $(-32) + (-29) =$ | h) $(-100) + (-35) =$ | ı) $(+9) + (+42) =$  |



Farklı işaretli tam sayılar toplanırken mutlak değerce büyük sayıdan, mutlak değerce küçük sayı çıkarılır, sonucun önüne mutlak değerce büyük sayının işareti yazılır.

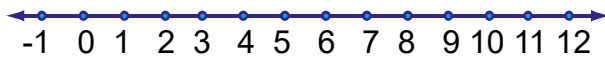
**Örnek 2:**  $(-34) + (+42) = +(42 - 34) = +8$

- |                      |                      |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| a) $(-3) + (+9) =$   | b) $(-8) + (+5) =$   | c) $(+13) + (-9) =$  |
| d) $(+12) + (-21) =$ | e) $(-6) + (+32) =$  | f) $(+10) + (-10) =$ |
| g) $(-23) + (+7) =$  | h) $(-34) + (+42) =$ | ı) $(+20) + (-5) =$  |

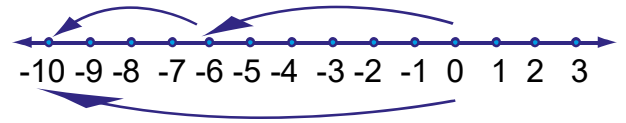


Sayı doğrusunda pozitif yön sağa doğru, negatif yön sola doğrudur. Bu yüzden tam sayılarda toplama işlemini sayı doğrusunda gösterirken toplanan sayı pozitif ise sağa, negatif ise sola doğru hareket edilir.

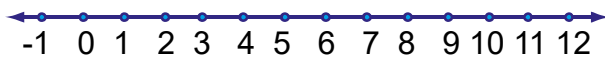
**Örnek 3:**  $(+3) + (+7)$



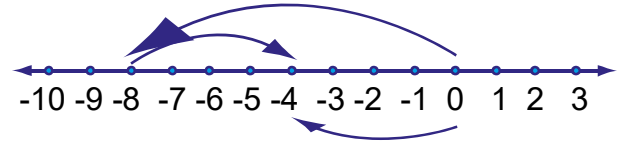
**Örnek 4:** .....



**Örnek 5:**  $(+11) + (-7)$

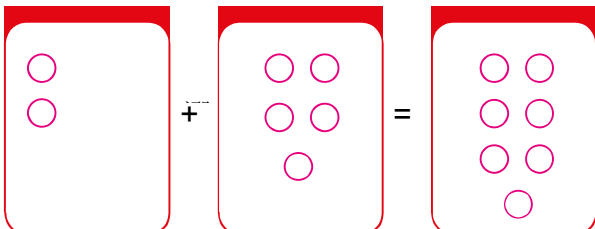


**Örnek 6:** .....

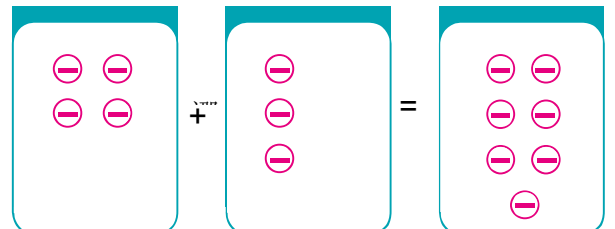


Tam sayılarla işlemleri sayma pullarıyla modellerken +1 için + sembolü, -1 için - sembolü ve 0 (sıfır) için + - çiftleri (nötr) kullanılır.

**Örnek 7:** .....



**Örnek 8:** .....



# TAM SAYILARLA İŞLEMLER

**Örnek 9:** Fulya bir alışveriş merkezinin 1. katından asansöre binerek 2 kat yukarıdaki yemek bölümüne çıkıyor. Yemek yedikten sonra tekrar asansöre binerek 5 kat aşağıdaki otoparka iniyor.

**Otopark kaçınca kattadır?**

**Örnek 10:** Hatice hanım bir apartmanın 3. katında oturmaktadır. Hatice hanım asansöre binip 10 kat yukarıda oturan komşusuna çıkıyor. Komşusu ile birlikte asansörle 7 kat inerek Fadime hanıma gidiyorlar.

**Fadime hanım kaçınca katta oturmaktadır?**

**Örnek 11:** Aşağıdaki tabloda 3 ilin gece ölçülen hava sıcaklıkları verilmiştir. Verilere göre;

İLLER	SICAKLIK
Konya	- 4
Erzurum	- 16
Antalya	+ 5

a) Konya'da gündüz sıcaklığı gece sıcaklığından 7 °C fazla olduğuna göre gündüz sıcaklığı kaç °C'dir?

b) Erzurum'da gündüz sıcaklığı gece sıcaklığından 5 °C fazla olduğuna göre gündüz sıcaklığı kaç °C'dir?

c) Üç ilin gece sıcaklıkları toplamı kaç °C'dir?

## Toplama İşleminin Özellikleri

**A) Değişme Özelliği:** Tam sayılarda toplama işleminde terimlerin yerleri değiştirildiğinde toplam değişmez.

**Örnek 11:**  $(-7) + (+4) = (+4) + (-7)$

**Örnek 12:**  $(-13) + (+27) = \dots\dots\dots + (-13)$

$\dots\dots\dots + (+14) = (+14) + (-8)$

**B) Birleşme Özelliği:** Üç tam sayı toplanırken soldan ikiye veya sağdan ikiye gruplanıp toplanırsa sonuç

**Örnek 13:**  $[(+4) + (-5)] + (+6) = (+4) + [(-5) + (+6)]$

$(-1) + (+6) = (+4) + (+1)$   
 $(+5) = (+5)$

**Örnek 14:**

a)  $[(+7) + (-9)] + (-7) = (+7) + [\dots\dots + (-7)]$

b)  $[(-45) + \dots\dots] + (+23) = \dots\dots + [(+17) + (+23)]$

**C) Etkisiz Eleman Özelliği:** Bir tam sayının 0 (sıfır) ile toplamı yine kendisine eşittir. 0 (sıfır) etkisiz elemandır.

**Örnek 15:**  $(+7) + 0 =$   $(-18) + 0 =$   
 $0 + (-25) =$   $0 + 22 =$

**D) Ters Eleman Özelliği:** Mutlak değerleri eşit ve zıt işaretli iki tam sayının toplamı 0'dır. Bu sayılar toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

**Örnek 16:**

- -13'ün toplama işlemine göre tersi;
- +27'nin toplama işlemine göre tersi;
- -79'un toplama işlemine göre tersi;



## TAM SAYILARLA İŞLEMLER

### Tam Sayılarla Çıkarma İşlemi

Tam sayılarda çıkarma işlemi yapılırken; çıkan sayının ters işaretlisi ile eksilen sayı toplanır.

Genel olarak;  $a - b = a + (-b)$  'dir.

Örneğin;  $(+3) - (+2) = (+3) + (-2) = (+1)$ 'dir.

#### Örnek 17:

a)  $(+7) - (+3) =$

b)  $(+9) - (+16) =$

c)  $(-3) - (+9) =$

d)  $(-14) - (+7) =$

e)  $(+12) - (-5) =$

f)  $(-10) - (-14) =$

g)  $(-19) - (-13) =$

h)  $(+9) - (-14) =$

Örnek 18: Ahmet'in abisine 25 TL borcu vardır.

Ahmet, borcunun 13 TL'sini bir hafta içerisinde ödediği zaman abisine kaç TL borcu kalır?

Örnek 19: Bir öğrenci okulun giriş katından 32 basamak yukarı çıkarak sınıfına gidiyor.

Tenefüste kantine inmek için 47 basamak aşağı indiğine göre kantin giriş katın kaç basamak altındadır? Tam sayı ile ifade ediniz.

Örnek 20: Asansöre 4. kattan binen Tolga bey 7 kat aşağı iniyor.

Tolga bey'in asansörden indiği katı tam sayılardan çıkarma işleminden faydalanarak bulunuz. Tam sayı ile ifade ediniz.

Örnek 21: Bir çiftçi, traktör almak için bankadan 3.700 TL kredi çekmiştir. Bir süre sonra sattığı mahsülden eline geçen para ile borcunun 1.300 TL sini ödemiştir.

Bu çiftçinin bankaya kaç TL borcu kalmıştır? Tam sayı ile ifade ediniz.

Örnek 22: Aşağıda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yapınız.

a)  $(+3) + (+4) - (+5) =$

b)  $(+5) - (+7) + (-8) =$

c)  $(-10) + (-5) - (-6) =$

d)  $(-13) - (+5) + (+9) =$

e)  $(-3) - (-9) - (-10) =$

f)  $(+5) - (+10) + (-7) - (-6) =$

Örnek 23: Aşağıda verilen toplama ve çıkarma işlemlerini yapınız.

a)  $3 - 7 + 4 =$

b)  $-12 + 5 - 9 =$

c)  $5 - 8 - 10 + 3 =$

d)  $-11 + 7 - 9 - 1 =$

# TAM SAYILARLA İŞLEMLER

## Tam Sayılarla Çarpma İşlemi

İki tam sayı çarpılırken ilk olarak işaretler çarpılır ve sonuca ortak işaret olarak yazılır. Sonrasında sayılar çarpılır ve sonuca yazılır.



### İşaret Çarpımı

Aynı işaretlerin çarpımı; "+"

Farklı işaretlerin çarpımı; "-" dir.

$$\blacktriangleright (+).(+)=(+)$$

$$\blacktriangleright (+).(-)=(-)$$

$$\blacktriangleright (-).(-)=(+)$$

$$\blacktriangleright (-).(+) = (-)$$

**Örnek:**  $(-5).(+2) = (-10)$  ,  $(+12).(+3) = (+36)$  ,  $(-7).(-1) = (+7)$

**Örnek 24:** Aşağıda verilen çarpma işlemlerini yapınız.

a)  $16 \cdot (-2) =$

b)  $(-5).(-3) =$

c)  $(-9).15 =$

d)  $(-17).(-7) =$

e)  $(+9).(+16) =$

f)  $-1.(-17) =$

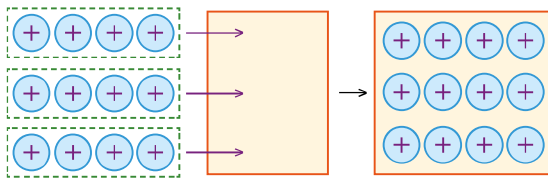
g)  $(-9).(-12) =$

h)  $(+10).(+19) =$

### Sayma Pulları ile Modellemesi :

» İlk çarpan modellemedeki grup sayısını, ikinci çarpan guruptaki pul sayısını verir.

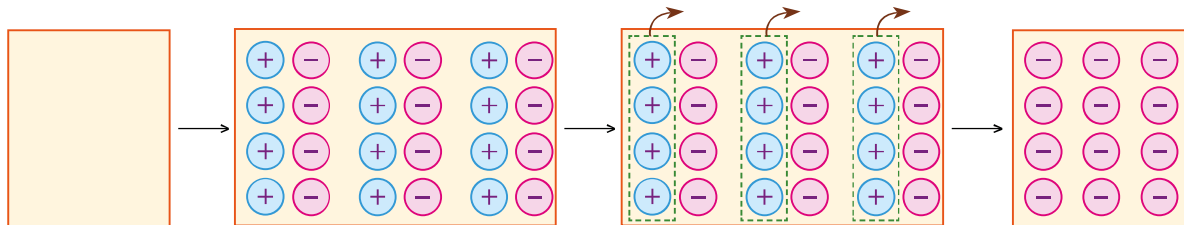
**Örnek:**  $(+3) \cdot (+4) = (+12)$



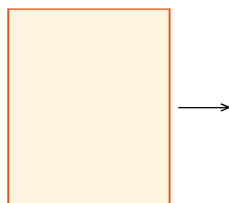
**Örnek 25 :**  $(+4) \cdot (-2) = \dots\dots\dots$

» İlk çarpan negatif ise çarpma işlemi modellenirken öncelikle ikinci çarpan kadar sıfır pulu eklenir. Sonra ikinci çarpanın işareti olan pullar çıkarılır.

**Örnek:**  $(-3) \cdot (+4) = (-12)$  \*\*\* Öncelikle 3 tane 4'lü sıfır çifti oluşturmalıyız.



**Örnek 26 :**  $(-2) \cdot (-2) = \dots\dots\dots$



# TAM SAYILARLA İŞLEMLER

## Tam Sayılarla Bölme İşlemi

İki tam sayı bölünürken ilk olarak işaretler bölünür ve sonuca ortak işaret olarak yazılır. Sonrasında sayılar bölünür ve sonuca yazılır.



### İşaret Bölümü:

Aynı işaretlerin bölümü; "+"

Farklı işaretlerin bölümü; "-" dir.

$$\blacktriangleright (+) : (+) = (+)$$

$$\blacktriangleright (+) : (-) = (-)$$

$$\blacktriangleright (-) : (-) = (+)$$

$$\blacktriangleright (-) : (+) = (-)$$

Örnek :  $(-6) : (+2) = (-3)$  ,  $(+12) : (+3) = (+4)$  ,  $(-7) : (-1) = (+7)$

Örnek 27: Aşağıda verilen bölme işlemlerini yapınız.

a)  $(+36) : (-3) =$

b)  $(-48) : (-3) =$

c)  $(-120) : (+20) =$

d)  $(+150) : (+15) =$

e)  $(+160) \div (-20) =$

f)  $(-72) \div (-12) =$

g)  $(+180) \div (-15) =$

h)  $(+240) : (-24) =$

ı)  $[(-60) : (-4)] : (-3) =$

j)  $(-81 : 9) : 3 =$

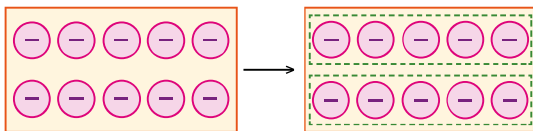
k)  $(-240) : 15 =$

l)  $312 : (-12) =$

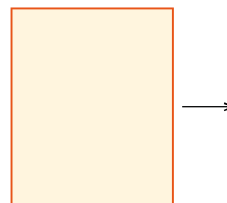
## Sayma Pulları ile Modellemesi :

» Bölünen, bölen kadar guruba ayrılır.

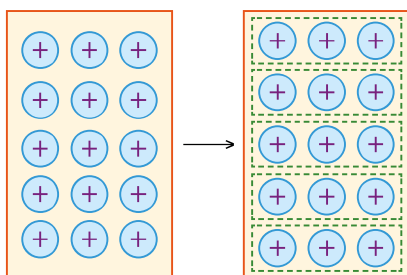
Örnek:  $(-10) : 2 = (-5)$



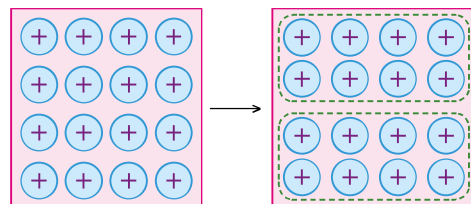
Örnek 28 :  $(+6) : (+3) = \dots\dots\dots$



Örnek 29 :  $\dots\dots : \dots\dots = \dots\dots\dots$



Örnek 30 :  $\dots\dots : \dots\dots = \dots\dots\dots$



# TAM SAYILARLA İŞLEMLER

## Tam Sayılarla Çarpma İşleminin Özellikleri

### Değişme Özelliği

Çarpma işleminde çarpanların yeri değiştiğinde, işlemin sonucu değişmez.

Örnek :  $(-4).(+2) = -8$   
 $(+2).(-4) = -8$

### Birlesme Özelliği

Çarpılan üç tam sayı, değişik şekillerde gruplandırılarak çarpılsa da sonuç değişmez.

Örnek :  $[(-3).(-2)].(+5) = (+6).(+5) = +30$   
 $(-3).[(-2).(+5)] = (-3).(-10) = +30$

### Etkisiz (Birim) Eleman Özelliği

Çarpma işleminin etkisiz (birim) elemanı 1'dir.

Örnek :  $1.(-2) = (-2)$   
 $(-2).1 = (-2)$

### Yutan Eleman Özelliği

Tam sayılarda çarpma işleminin yutan elemanı sıfırdır.

Örnek :  $(+5).0 = 0$   
 $0.(+5) = 0$

### Çarpma İşleminin Toplama ve Çıkarma İşlemleri Üzerine

$$a.(b + c) = a.b + a.c$$

$$a.(b - c) = a.b - a.c$$

Örnek :  $(+4).[(+5) + (-7)] = (+4).(-2) = -8$

$$( +4).[ (+5) + (-7) ] = [( +4).( +5) ] + [( +4).(-7) ]$$

$$= (+20) + (-28)$$

$$= -8$$

**Örnek 31:** Aşağıda verilen işlemlerde, tam sayılarla toplama ve çarpma işlemlerine ait hangi özelliklerin kullanıldığını belirleyiniz.

a)  $23 \times [17 + (-3)] = (23 \times 17) + (23 \times (-3))$  .....

b)  $[(+17) + (-3)] + (+5) = (+17) + [(-3) + (+5)]$  .....

c)  $(+8).(0) = 0$  .....

d)  $(-7) + 0 = -7$  .....

e)  $(+10).1 = +10$  .....

f)  $(+8) + (-8) = 0$  .....

g)  $(-13) \times [(+5) - (-4)] = [(-13 \times (+5))] - [(-13 \times (-4))]$  .....

h)  $(-3) \times (+5) = (+5) \times (-3)$  .....

**Örnek 32 :**  $(-5) + (-4) + (-3) + \dots + (+3) + (+4)$  işleminin sonucu kaçtır?

**Örnek 33 :**  $(-4).(-3).(-2) \dots \dots \dots (+3).( +4).( +5)$  işleminin sonucu kaçtır?

# TAM SAYILARLA İŞLEMLER

## (-1) . 0 ve 1'in Etkisi

**Örnek 34:** Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

a)  $(-17) \cdot 0 =$                       b)  $19 \cdot (-1) =$                       c)  $(-27) \cdot 1 =$                       d)  $(-1) \cdot (-35) =$

### SONUÇ



1. Bir tam sayının 0 ile çarpımı daima 0 'dır.
2. Bir tam sayının 1 ile çarpımı sayının kendisi dir.
3. Bir tam sayının  $-1$  ile çarpımı o tam sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.

**Örnek 35:** Aşağıda verilen işlemleri yapınız.

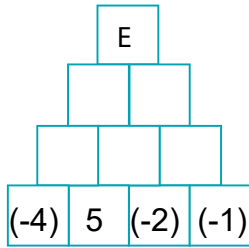
a)  $16 : 0 =$                       b)  $(-28) : 1 =$                       c)  $(+17) : (-1) =$                       d)  $(-33) : (-1) =$

### SONUÇ



1. Bir tam sayının 0'a bölümü tanımsızdır.
2. Bir tam sayının 1'e bölümü kendisine eşittir.
3. Bir tam sayının  $(-1)$ 'e bölümü o tam sayısının toplama işlemine göre tersine eşittir.
4. 0'ın bir tam sayıya bölümü 0 'dır.

**Örnek 36 :**



Yukarıdaki işlem merdiveninde her kutudaki sayı, altındaki iki kutudaki sayının çarpımına eşittir.

Buna göre E sayısı kaçtır?

**Örnek 37 :**  $60 : (-3) - (-15)$  işleminin sonucunu bulunuz.

**Örnek 38 :** Toplamları 0 olan iki tam sayının çarpımı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A)  $-81$                       B)  $-11$                       C)  $-25$                       D)  $-9$

**Örnek 39 :**  $X \cdot (-4) = 32$   
 $Y : 5 = -3$

Yukarıda verilen eşitliğe göre  $X + Y$  toplamı kaçtır?

# ÜSLÜ İFADELER

## Üslü İfadeler

$$a^n = \underbrace{a.a.a\dots\dots a}_{n \text{ tane}}$$

$$a^n \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Üs (kuvvet)}} \\ \xrightarrow{\text{Taban}} \end{array}$$

Üslü ifade hesaplanırken taban kuvvet kadar kendisi ile çarpılır.

Örnek 40 :  $3^5 =$   
 $(-2)^3 =$   
 $4.4.4.4 =$

$2^4 =$   
 $8^2 =$   
 $(-5).(-5).(-5) =$

Her tam sayının 0. kuvveti 1'dir.

Örnek 41 :  $3^0 =$   
 $(-5)^0 =$

Her tam sayının 1. kuvveti kendisidir.

Örnek 42 :  $7^1 =$   
 $(-9)^1 =$

1'in her kuvveti yine 1'dir.

Örnek 43 :  $1^4 =$   
 $1^7 =$

Pozitif sayıların her kuvveti pozitiftir.

Örnek 44 :  $2^3 =$   
 $2^5 =$

Negatif tam sayıların tek kuvvetleri negatif, çift kuvvetleri pozitiftir.

Örnek 45 :  $(-3)^2 =$   
 $(-3)^3 =$   
 $(-3)^4 =$   
 $(-3)^5 =$



$$(-2)^4 \neq -2^4$$



$$\begin{aligned} (-2)^4 &\neq -2^4 \\ (-2).(-2).(-2).(-2) &\neq -2.2.2.2 \\ 16 &\neq -16 \end{aligned}$$

10'un kuvvetleri bulunurken 1'in yanına kuvvet kadar 0 konulur.

Örnek 46 :  
 $10^1 =$   
 $10^2 =$   
 $10^3 =$   
 $10^4 =$   
 $(-10)^1 =$   
 $(-10)^2 =$   
 $(-10)^3 =$   
 $(-10)^4 =$





## ÜSLÜ İFADELER

**Örnek 47 :** Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

a)  $5^2 =$                       b)  $(-3)^4 =$

c)  $2^5 =$                       d)  $(-7)^3 =$

**Örnek 48 :** Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

a)  $1^{10} =$                       b)  $(-1)^{13} =$

c)  $-1^{16} =$                       d)  $(-1)^{27} =$

**Örnek 49 :** Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

a)  $10^6 =$                       b)  $(-10)^5 =$

c)  $20^4 =$                       d)  $(-30)^3 =$

**Örnek 50 :**  $5^4 \cdot 10^5$  işleminin sonucu kaç basamaklıdır?

**Örnek 51 :** Aşağıdaki üslü ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

a)  $4^2 + (-2)^3 =$

b)  $(-1)^{19} + 19^1 =$

**Örnek 52 :**  $\left. \begin{array}{l} 3^a = 81 \\ (-2)^b = -32 \end{array} \right\}$  olduğuna göre;  $a \cdot b = ?$

**Örnek 53 :**  $\left. \begin{array}{l} a^7 = -1 \\ 9^b = 1 \end{array} \right\}$  olduğuna göre;  $a \cdot b = ?$

**Örnek 54 :**  $\begin{array}{l} a = -500^0 \\ b = (-1)^{2000} \\ c = (-3)^4 \end{array}$  olduğuna göre a, b ve c sayılarını küçükten büyüğe sıralayınız.

**Örnek 55 :**  $-1, 2, -3, 4$   
a ve b sayıları birbirinden farklı ve yukarıdaki sayılardan seçilmek üzere  $a^b$  ifadesinin **en büyük** değeri kaçtır?

**Örnek 56 :**  $4^5$  sayısı  $(-4)^4$  sayısının kaç katıdır?



## TAM SAYI PROBLEMLERİ

**Örnek 57 :** İki basamaklı en küçük pozitif tam sayı ile bir basamaklı en küçük negatif tam sayının çarpımı kaçtır?

**Örnek 58 :** Toplamları  $-17$  olan iki tam sayıdan biri bir basamaklı en küçük negatif tam sayıdır. Buna göre bu iki tam sayının çarpımı kaçtır?

**Örnek 59 :** Okyanustaki bir denizaltı, 3 dakikada 5 metre aşağıya, 4 dakikada 3 metre yukarıya, çekilebilme özelliğine sahiptir. Buna göre, bu denizaltı deniz seviyesinden önce 15 dakika aşağıya, sonra 20 dakika yukarıya çıktığında deniz seviyesine göre bulunduğu konumun tam sayılarla ifadesi nedir?

**Örnek 60 :** 9 kişilik bir grupta 4 kişinin on beşer TL borcu vardır. Geriye kalanların dokuzar TL parası bulunmaktadır. Buna göre, bu 9 kişinin paralarının toplamının tam sayı olarak gösterimini belirtiniz.

**Örnek 61 :**  $-19, 11, -21, 9$  tam sayılarının aritmetik ortalamasını bulunuz.

**Örnek 62 :** Hava tahminlerinde bir günün ortalama sıcaklığı bulunurken o günkü en yüksek ve en düşük sıcaklığın ortalaması hesaplanır. Bir şehrin herhangi bir gündeki en yüksek sıcaklığı  $+2^{\circ}\text{C}$  ve en düşük sıcaklığı  $-6^{\circ}\text{C}$  ise ortalama sıcaklık kaç  $^{\circ}\text{C}$ 'dir?

**Örnek 63 :** Yazı-tura atıp ilerlenen bir oyunda her yazı atıldığında 3 adım ileri, her tura atıldığında 2 adım geri gidilmektedir. Yaptığı 10 atışın 7'sinde yazı atan Ozan'ın ilk duruma göre yer değiştirmesi nasıl olur?