

ÜÇGENLER

Hatırlatma : Üç ayrıtı olan çokgenlere üçgen denir.

- Üçgenin temel elemanları üç kenarı ve bu kenarlar arasındaki üç açısıdır.
- Üç tane köşesi vardır ve köşegeni yoktur.
- Köşelerin karşısındaki kenarlar köşelerin ismi ile adlandırılır.
- Her bir üçgenin iç açıları toplamı 180° dir.

$c = [AB] = AB$ kenarı

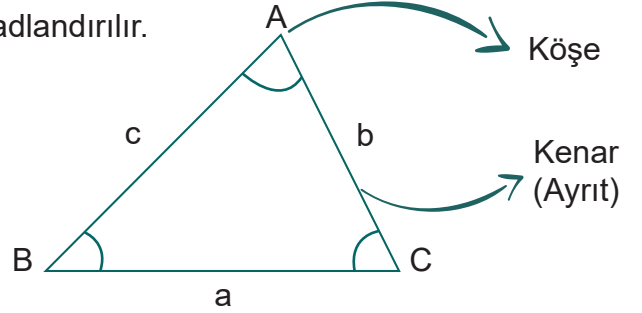
$\hat{A} = A$ açısı

$a = [BC] = BC$ kenarı

$\hat{B} = B$ açısı

$b = [CA] = CA$ kenarı

$\hat{C} = C$ açısı



*** Üçgenler açılara ve kenarlarına göre iki alt başlıkta gruplandırılır.

ÜÇGENLER

Açılarına göre Üçgenler

1. Dar Açılı Üçgenler (İç açıları 90° den küçük)
2. Dik Açılı Üçgenler (Bir iç açısı 90°)
3. Geniş Açılı Üçgenler (Bir iç açısı 90° den büyük)

Kenarlarına göre Üçgenler

1. Çeşit kenar Üçgenler (Üç kenarı farklı uzunlukta)
2. İkiz kenar Üçgenler (İki kenar uzunluğu eşit)
3. Eş kenar Üçgenler (Tüm kenarları eşit)

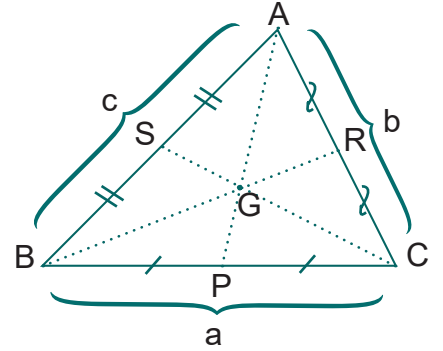
ÜÇGENDE YARDIMCI ELEMANLAR

1- Kenarortay : Bir üçgende, bir köşeden karşısındaki kenarı iki eş parçaya ayıracak şekilde çizilen doğru parçasına, o kenara ait "kenarortay" denir. Kenarortay "V" harfi ile gösterilir. Bir üçgende üç kenara ait, üç tane kenarortay çizilebilir.

$[AP] \Rightarrow a$ kenarına ait kenarortay; V_a

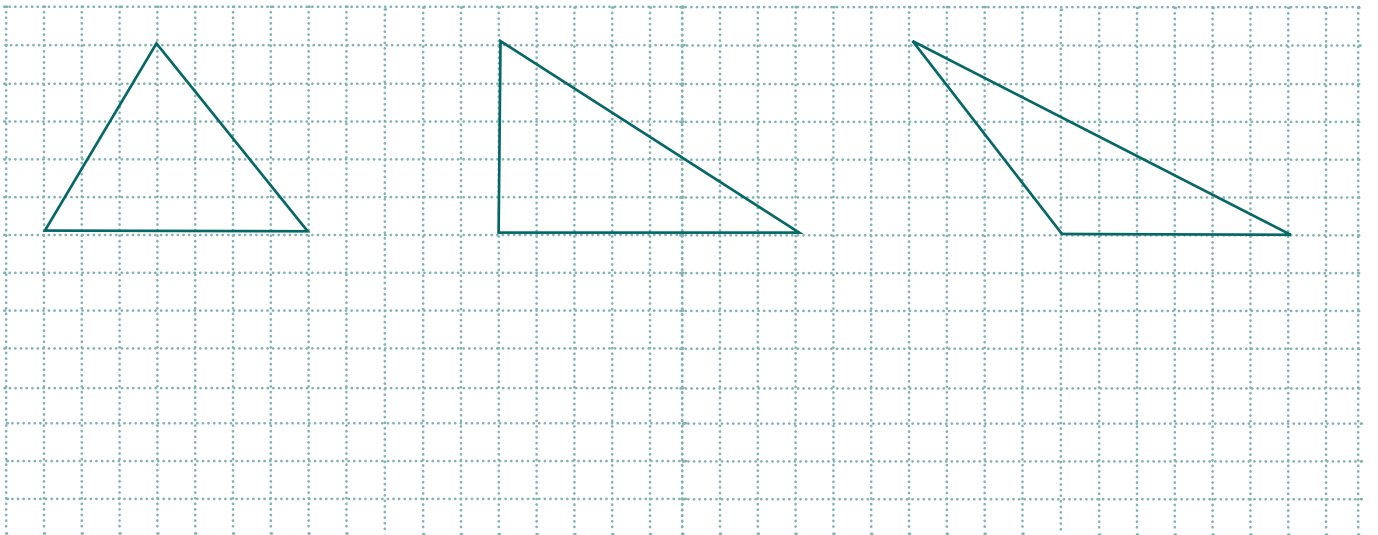
$[BR] \Rightarrow b$ kenarına ait kenarortay; V_b

$[CS] \Rightarrow c$ kenarına ait kenarortay; V_c



Üçgenin kenarortayları üçgenin iç bölgesinde bir noktada (G) kesişirler. Bu noktaya üçgenin ağırlık merkezi denir.

Örnek 1: Aşağıda verilen üçgenlerin kenarortaylarını çizelim ve isimlendirelim.



ÜÇGENLER

BDS

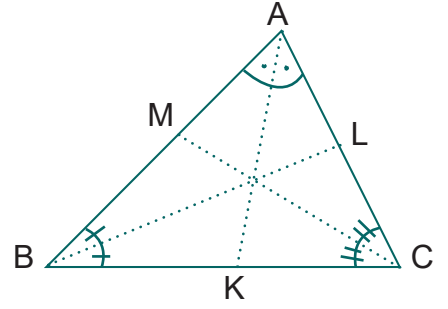
Bireysel Ders Föyü

2- Açıortay : Bir üçgende, bir açığı iki eş parçaya ayıran ve bu açının karşısındaki kenara çizilen doğru parçasına o açının “açıortay” denir. Açıortay “n” harfi ile gösterilir. Bir üçgende üç açığa ait, üç tane açıortay çizilebilir.

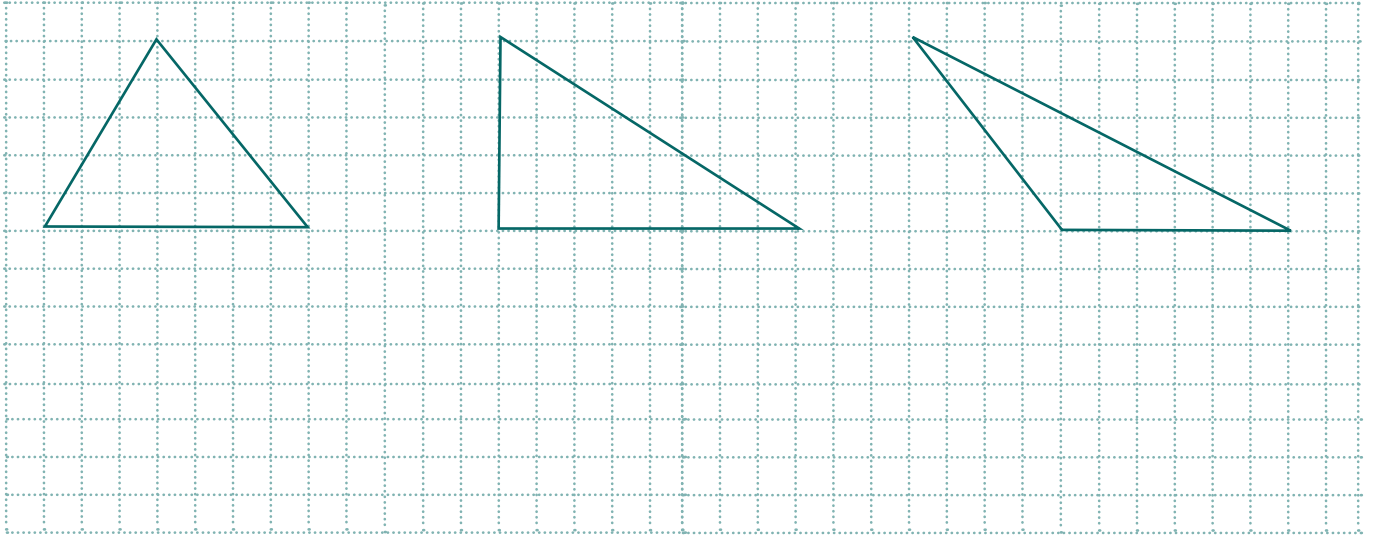
[AK] $\Rightarrow$ A açısına ait açıortay; n_a

[BL] $\Rightarrow$ B açısına ait açıortay; n_b

[CM] $\Rightarrow$ C açısına ait açıortay; n_c



Örnek 2: Aşağıda verilen üçgenlerin açıortaylarını çizelim ve isimlendirelim.



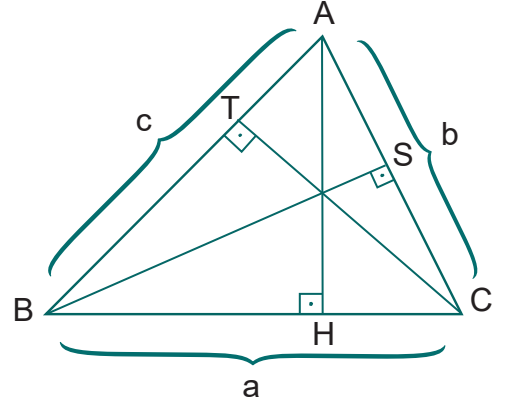
3- Yükseklik : Bir üçgende, bir köşeden karşısındaki kenara çizilen dik doğru parçasına, o kenara ait “yükseklik” denir. Yükseklik “h” harfi ile gösterilir.

Bir üçgende, üç kenara ait üç tane yükseklik çizilebilir

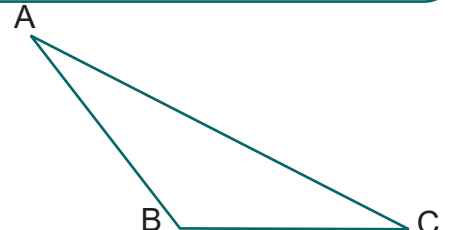
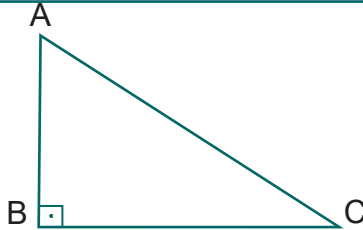
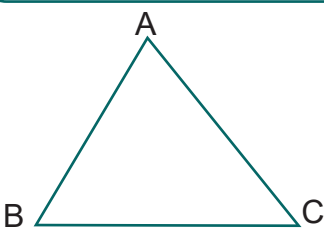
[AH] $\Rightarrow$ a kenarına ait yükseklik; h_a

[BS] $\Rightarrow$ b kenarına ait yükseklik; h_b

[CT] $\Rightarrow$ c kenarına ait yükseklik; h_c



Yükseklikler dar açılı üçgenlerde üçgenin iç bölgesinde, geniş açılı üçgenlerde ise üçgenin dış bölgesinde kesişirler. Bir dik üçgende dik kenarlar aynı zamanda yükseklik olurlar ve dik üçgende yükseklikler dik olan köşede kesişirler.



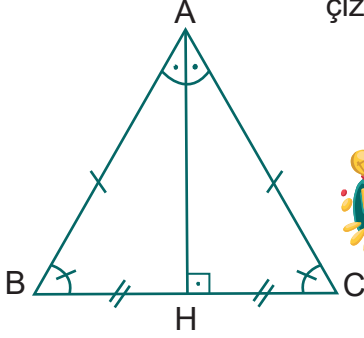
ÜÇGENLER

BDS

Bireysel Ders Föyü

ÜÇGENDE YARDIMCI ELEMANLAR (Özel Durumlar)

1- İkiz Kenar Üçgen : İkizkenar üçgenlerde ikiz kenarların birleştiği tepe noktasından karşı tabana çizilen, yükseklik, kenar ortay ve açıortay aynı doğru parçalarıdır.



[AH] $\Rightarrow$ [BC] kenarına ait kenarortay

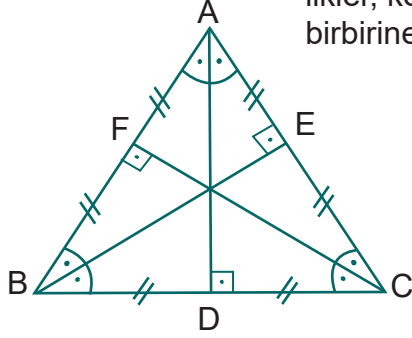
[AH] $\Rightarrow$ A 'na ait açıortay

[AH] $\Rightarrow$ [BC] kenarına ait yüksekliktir.



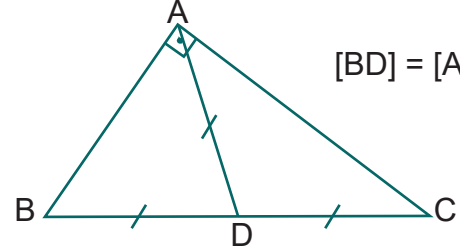
Taban köşelerinden ikizkenarlara çizilen; yükseklik, kenarortay ve açıortay aynı değildir.

2- Eş Kenar Üçgen : Eşkenar üçgenlerde tüm yükseklikler, kenarortaylar ve açıortaylar birbirine eşittir.



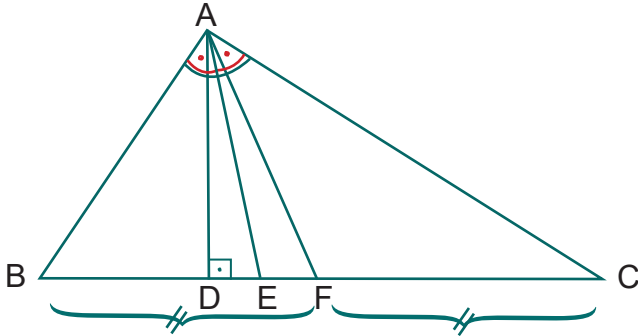
$$[AD] = [BE] = [CF]$$

3- Dik Üçgen : Dik üçgenlerde hipotenüsün kenar ortayı ayırdığı parçaların uzunluğuna eşittir. (**Muhteşem Üçlü**)



$$[BD] = [AD] = [DC]$$

ÜÇGENDE YARDIMCI ELEMANLAR (KATLAMA YÖNTEMİ)



ABC bir çeşitkenar üçgen olmak üzere;

[AD] $\Rightarrow$ Yükseklik

[AE] $\Rightarrow$ Açıortay

[AF] $\Rightarrow$ Kenarortay olur ve bunlar arasında

$$[AD] < [AE] < [AF] \text{ sıralaması elde edilir.}$$

» ABC üçgeninin A açısını oluşturan kenarlarını, üst üste gelecek şekilde katlayalım. Oluşan kat izi boyunca bir doğru parçası çizelim. Bu doğru parçası BAC açısının açıortaydır.

(Kenar, kenar üzerine katlanıyor. $\Rightarrow$ Açıortay)

» Üçgenin B ve C köşelerini üst üste getirerek [BC]'nin orta noktasını bulalım. Bu işlem sırasında [BC] üzerinde oluşan kat izi ile A noktasını birleştiren bir doğru parçası çizelim. Bu doğru parçası [BC]'nin kenarortaydır.

(Köşe, köşe üzerine katlanıyor. $\Rightarrow$ Kenarortay)

» B noktasını [BC] üzerinde A noktası tepede kalacak şekilde katlayalım. Oluşan kat izi boyunca bir doğru parçası çizelim. Bu doğru parçası, [BC]'na ait yüksekliktir.

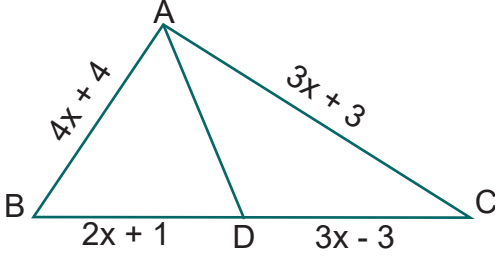
(Köşe, kenar üzerine katlanıyor. $\Rightarrow$ Yükseklik)

ÜÇGENLER

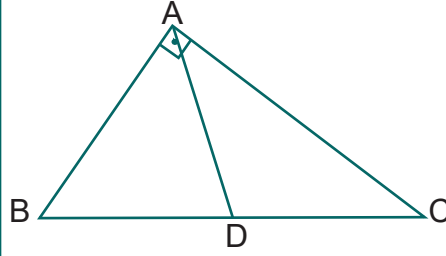
BDS

Bireysel Ders Föyü

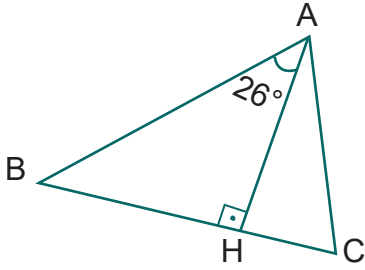
Örnek 3: [AD] kenarortay olduğuna göre ABC üçgeninin çevresini bulalım.



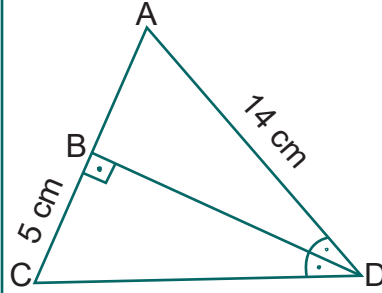
Örnek 4: ABC üçgeninde [AD] kenarortay. $IDCI = 12$ cm olduğuna göre; $IADI = ?$



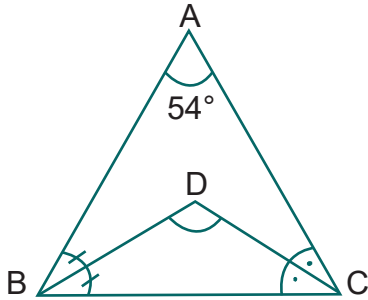
Örnek 5: ABC ikiz kenar üçgen ve $[AB] = [BC]$ dir $[AH]$ yükseklik olduğuna göre; $s(\hat{C}) = ?$



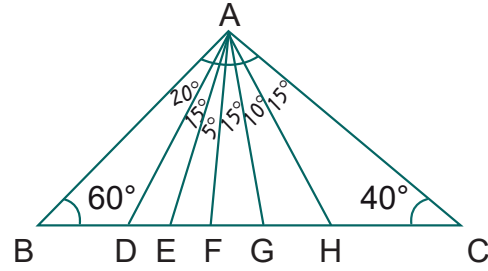
Örnek 6: Aşağıda verilenlere göre ACD üçgenin çevresini bulalım.



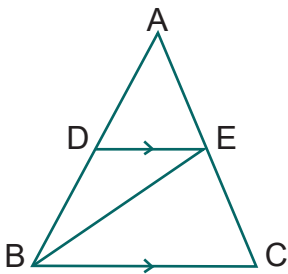
Örnek 7: Şekildeki ABC üçgeninde [BD] ve [CD] açıortay, $s(\hat{A}) = 54^\circ$ dir. Buna göre, $s(\hat{D}) = ?$



Örnek 8: Şekilde verilenlere göre ABC üçgeninde A açısının açıortayını yazalım.

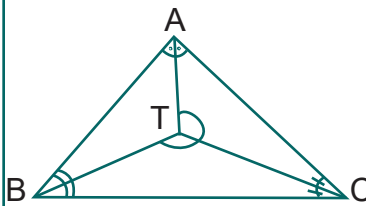


Örnek 9: ABC üçgeninde [BE] açıortay, $[DE] \parallel [BC]$ ve $s(\hat{BDE}) = 116^\circ$ dir. $s(\hat{EBC}) = ?$



Örnek 10: ABC üçgeninin açıortaylarının kesişim noktası T dir. $s(\hat{BTC}) = 130^\circ$, $s(\hat{CTA}) = 110^\circ$ ise;

$s(\hat{ATB}) = ?$



1. Aşağıdaki üçgenlerden hangisinde üçgenin herhangi bir kenarına ait yükseklik üçgenin dışında kalabilir?

- A) Geniş açılı üçgen B) Eşkenar üçgen
C) Dik açılı üçgen D) Dar açılı üçgen

2. I. Üçgenin bir köşesinden karşısındaki kenara veya uzantısına çizilen dikme o kenara ait yüksekliktir.
II. Üçgende bir köşeyi karşı kenarın orta noktasına birleştiren doğru parçası o kenara ait kenarortaydır.
III. Üçgende bir köşedeki açıyı iki eş parçaya ayıran doğru parçası o açıya ait açıortaydır.

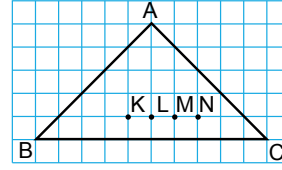
Yukarıdaki ifadelerden hangisi ya da hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I. B) I ve II.
C) II ve III. D) I, II ve III.

3. Bir ABC üçgeninde $m(\hat{B}) = 90^\circ$ olduğuna göre bu üçgen için aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Kenarortaylar üçgenin iç bölgesinde kesişir.
B) [AB] bir kenara ait yüksekliktir.
C) İç açıların açıortayları üçgenin iç bölgesinde kesişir.
D) Yükseklikler üçgenin iç bölgesinde kesişir.

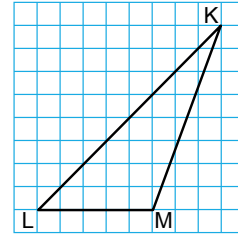
4.



Kareli zeminde verilen ABC üçgeninde A açısına ait açıortay aşağıdaki noktaların hangisinden geçer?

- A) K B) L C) M D) N

5.



Yukarıdaki birim karelere ayrılmış zemin üzerinde verilen KLM üçgeninin LM kenarına ait yüksekliği kaç birimdir?

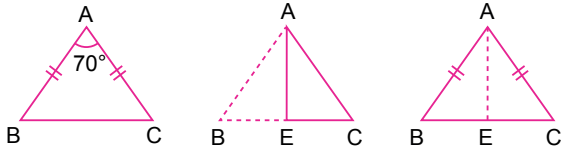
- A) 4 B) 5 C) 8 D) 9

6. Bir KLM çeşitkenar üçgeninde KL kenarı KM kenarının üzerine gelecek şekilde katlanıp tekrar açılıyor.

Oluşan katlama çizgisi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) L açısının açıortayıdır.
B) K açısının açıortayıdır.
C) LM kenarına ait yüksekliktir.
D) KL kenarına ait yüksekliktir.

7.

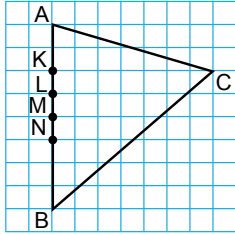


Verilen ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ ve $m(\widehat{BAC}) = 70^\circ$ dir. Şekildeki gibi $[AB]$, B köşesi C köşesiyle çakışacak şekilde $[AC]$ üzerine katlanıyor ve açılıyor.

[AE] katlama çizgisi olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $|BE| = |EC|$ B) $m(\widehat{BAE}) = 35^\circ$
C) $m(\widehat{AEC}) = 90^\circ$ D) $|AE| = |EC|$

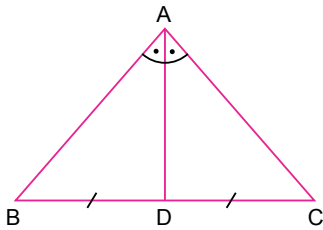
8.



Yukarıdaki kareli zeminde verilen ABC üçgeninin AB kenarına ait kenarortay hangi noktadan geçer?

- A) K B) L C) M D) N

9.



Şekildeki ABC üçgeninde $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{CAD})$ ve $|BD| = |DC|$ olduğuna göre ABC üçgeni için aşağıdakilerden hangisi kesinlikle doğrudur?

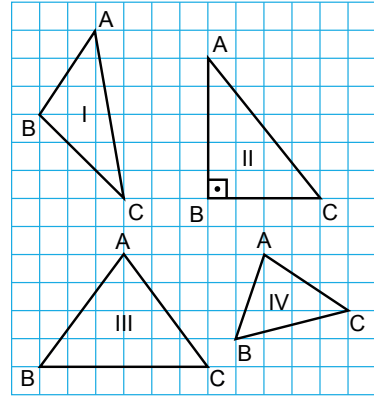
- A) İkizkenardır. B) Eşkenardır.
C) Çeşitkenardır. D) Dik üçgendir.

10. Bir ABC çeşitkenar üçgeninde B köşesi C köşesinin üstüne gelecek şekilde katlanıp tekrar açılıyor.

[BC] üzerindeki katlama izi A köşesiyle birleştirilirse oluşan doğru parçası aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) BC kenarına ait kenarortay
B) A açısına ait açıortay
C) AC kenarına ait kenarortay
D) B açısına ait açıortay

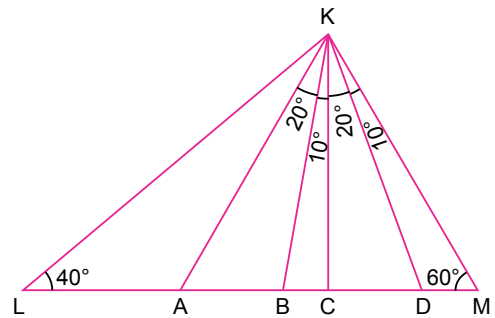
11.



Yukarıdaki birim karelere ayrılmış zeminde verilen ABC üçgenlerinden hangisinde BC kenarına ait yükseklik aynı zamanda açıortaydır?

- A) I B) II C) III D) IV

12.



Verilen KLM üçgeninde LKM açısına ait açıortay aşağıdakilerden hangisidir?

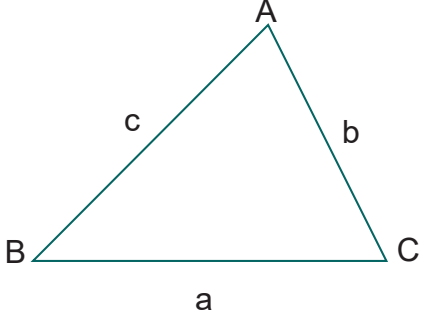
- A) [KA] B) [KB] C) [KC] D) [KD]



ÜÇGENLER

ÜÇGENLERİN KENAR UZUNLUKLARI ARASINDAKİ İLİŞKİLER

Bir üçgenin herhangi bir kenarının uzunluğu, diğer iki kenarın uzunlukları toplamından küçük, farkının mutlak değerinden büyüktür. Bu kurala Üçgen Eşitsizliği denir. Bu kural bütün üçgenler için geçerlidir.

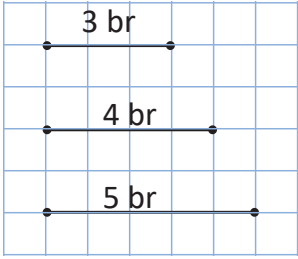


$$\begin{aligned} |c - b| &< a < c + b \\ |a - c| &< b < a + c \\ |a - b| &< c < a + b \end{aligned}$$

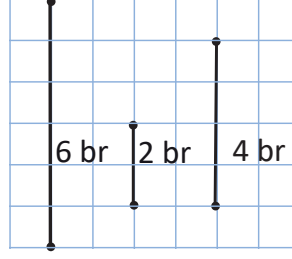


Verilen üç doğru parçasıyla üçgen çizilebilmesi için doğru parçalarının ölçülerinin yandaki eşitsizliklerden birini sağlaması yeterlidir.

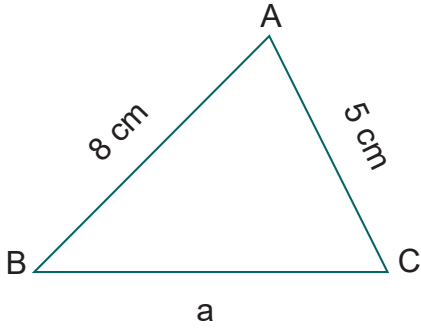
Örnek 11: Uzunlukları 3, 4 ve 5 br olan doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulabilir mi?



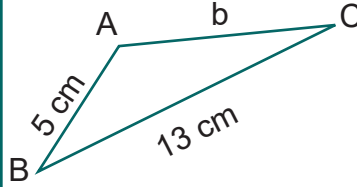
Örnek 12: Uzunlukları 2, 4 ve 6 br olan doğru parçaları ile bir üçgen oluşturulabilir mi?



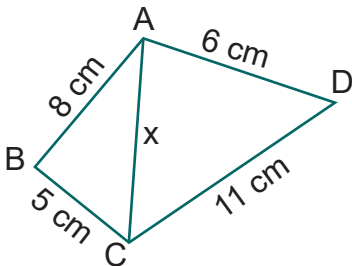
Örnek 13: $IBI = 8$ cm, $IACI = 5$ cm ise, a kaç farklı tam sayı değeri alır?



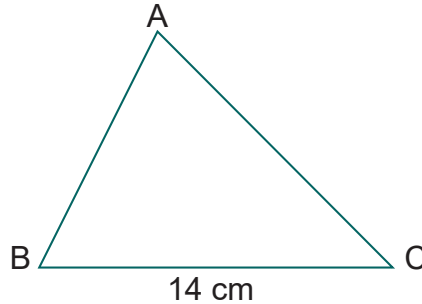
Örnek 14: ABC çeşitkenar bir üçgen olduğuna göre b kaç farklı tam sayı değeri alabilir?



Örnek 15: Aşağıdaki şekilde x in alabileceği tam sayı değerlerini yazalım.



Örnek 16: ABC üçgeninin çevresinin alabileceği en küçük değeri bulalım.

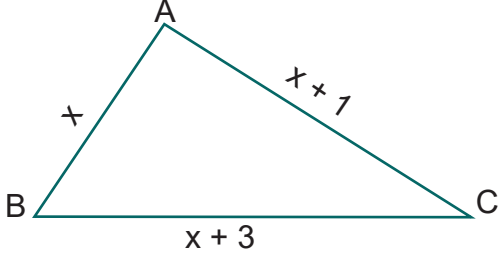


ÜÇGENLER

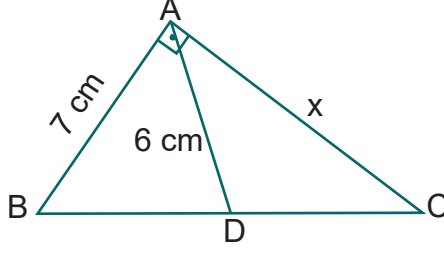
BDS

Bireysel Ders Föyü

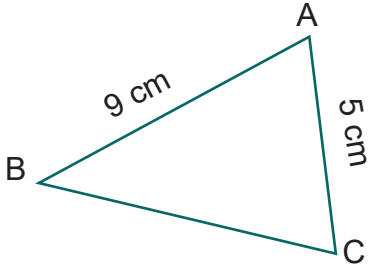
Örnek 17: Aşağıda verilenlere göre x in alabileceği en küçük tam sayı değerini bulalım.



Örnek 18: ABC üçgeninde [AD] kenarortay. $ABI = 7$ cm, $IADI = 6$ cm olduğuna göre; x in alabileceği en büyük tam sayı değerlerini bulalım.

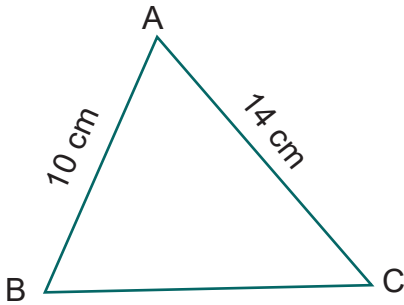


Örnek 19: ABC üçgeninin ikiz kenar üçgen olma olasılığını hesaplayalım. (% olarak)

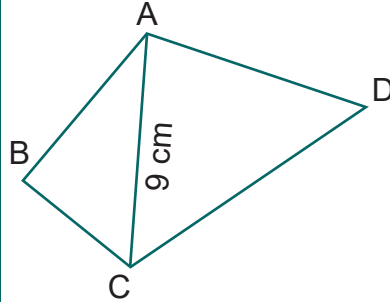


Örnek 20: Kenar uzunlukları santimetre cinsinde birer tamsayı ve çevresinin uzunluğu 9 cm olan kaç farklı üçgen vardır?

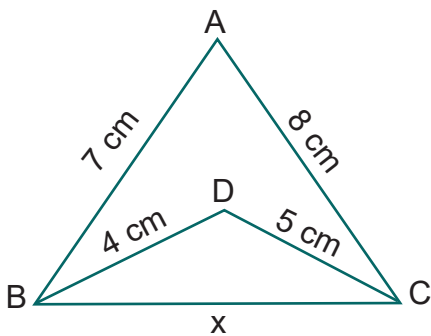
Örnek 21: Çevre $\widehat{ABC}$ nin alabileceği en büyük ve en küçük tamsayı değeri hesaplayalım.



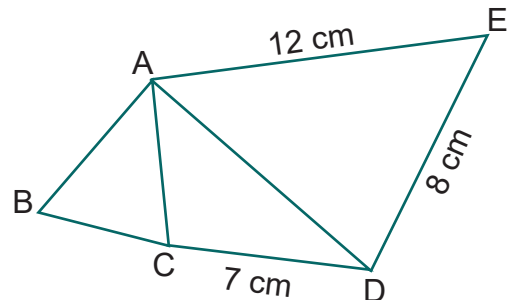
Örnek 22: ABCD dörtgeninin çevresi en az kaç santimetredir?



Örnek 23: Aşağıdaki şekilde x in alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerlerini bulalım.



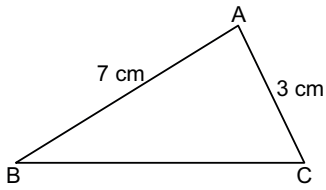
Örnek 24: ABC üçgeninin kenarları birer tam sayı olduğuna göre çevresi en az kaç santimetredir?



1. Aşağıdaki uzunluklardan hangisi bir üçgenin kenar uzunlukları olamaz?

A) 5 cm, 4 cm, 8 cm
 B) 6 cm, 6 cm, 1 cm
 C) 10 cm, 9 cm, 2 cm
 D) 2 cm, 3 cm, 5 cm

2.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = 7$ cm ve $|AC| = 3$ cm olduğuna göre $|BC|$ santimetre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 4 B) 5 C) 7 D) 9

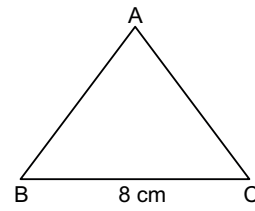
3. Kenar uzunlukları santimetre cinsinden tam sayı olan bir üçgenin çevresi 12 cm olduğuna göre bir kenar uzunluğu en az kaç santimetredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

4. Bir üçgenin bir kenar uzunluğu 11 cm olduğuna göre diğer kenar uzunlukları aşağıdakilerden hangisi olamaz?

A) 5 cm, 16 cm B) 1 cm, 11 cm
 C) 15 cm, 25 cm D) 4 cm, 9 cm

5.



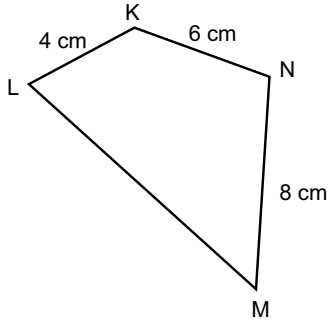
Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = |AC|$ ve $|BC| = 8$ cm olduğuna göre $|AB|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 7 B) 6 C) 5 D) 4

6. Bir kenarının uzunluğu 13 cm olan bir üçgenin çevresinin santimetre cinsinden en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28

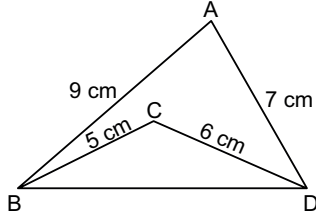
7.



Şekildeki KLMN dörtgeninde $|KL| = 4$ cm, $|KN| = 6$ cm ve $|MN| = 8$ cm olduğuna göre $|LM|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15

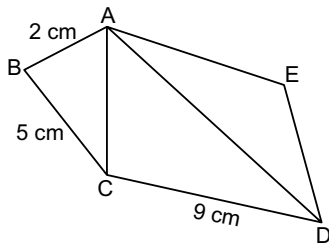
8.



Şekildeki ABD ve BCD üçgenlerinde $|AB| = 9$ cm, $|AD| = 7$ cm, $|BC| = 5$ cm, $|CD| = 6$ cm olduğuna göre $|BD|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10

9.

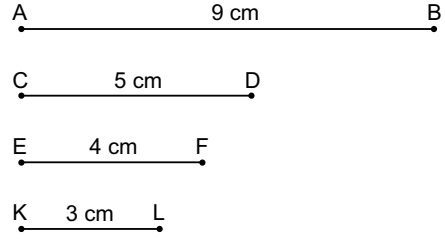


Şekildeki ABC, ACD ve ADE üçgenlerinin kenarlarının uzunlukları santimetre cinsinden birer tam sayıdır.

$|AB| = 2$ cm, $|BC| = 5$ cm ve $|CD| = 9$ cm olduğuna göre ADE üçgeninin çevresi en az kaç santimetredir?

- A) 13 B) 11 C) 9 D) 7

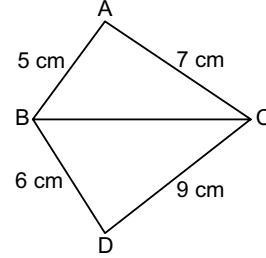
10.



Yukarıdaki doğru parçaları kullanılarak oluşturulabilecek üçgenin çevresi kaç santimetredir?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 12

11.



Şekildeki ABC ve BCD üçgenleri çeşitkenardır.

$|AB| = 5$ cm, $|AC| = 7$ cm, $|BD| = 6$ cm ve $|DC| = 9$ cm olduğuna göre $|BC|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8

12. Bir ABC üçgeninin kenarlarının uzunlukları (x) cm, $(x + 1)$ cm ve $(x + 2)$ cm'dir.

Buna göre x , santimetre cinsinden aşağıdakilerden hangisi olamaz?

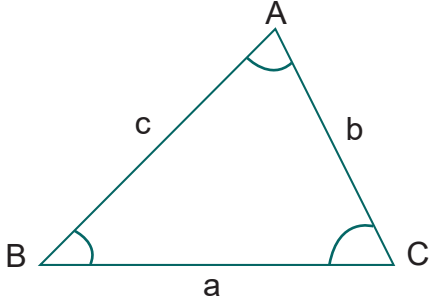
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4



ÜÇGENLER

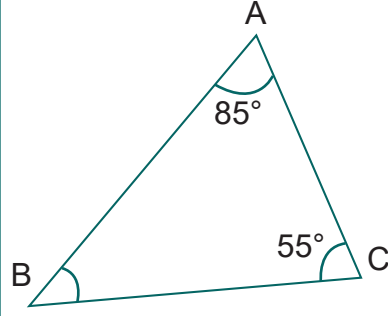
ÜÇGENLERİN KENAR UZUNLUKLARI ARASINDAKİ İLİŞKİLER

Bir üçgende büyük açı karşısında uzun kenar, küçük açı karşısında kısa kenar bulunur. Bunun tersi de geçerlidir, yani uzun kenarı gören açı, kısa kenarı gören açıdan daha büyüktür. Eğer açılar eşitse bu açılarının karşısındaki kenarlar da eşittir.

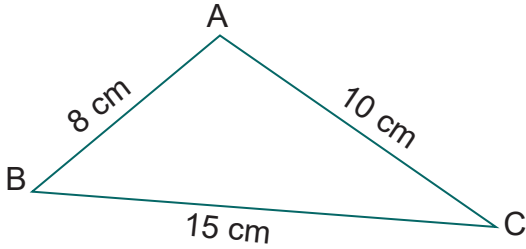


$$\hat{C} > \hat{A} > \hat{B} \text{ ise; } c > a > b$$

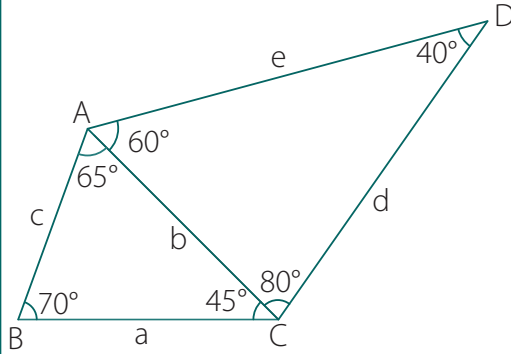
Örnek 25: Aşağıda verilenlere göre ABC üçgeninin kenar uzunluklarını sıralayalım.



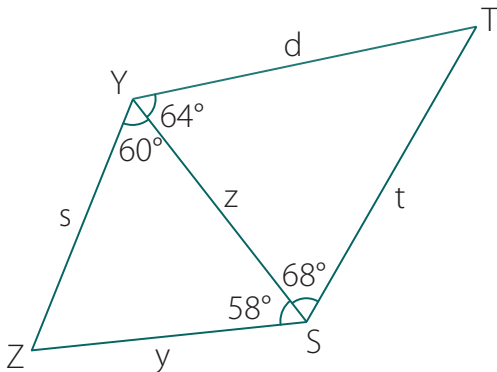
Örnek 26: ABC üçgeninin açılarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.



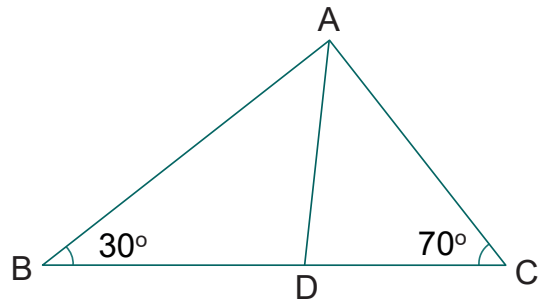
Örnek 27: Aşağıdaki şeklin en kısa ve en uzun kenarını belirleyelim.



Örnek 28: Aşağıdaki şeklin en kısa ve en uzun kenarını belirleyelim.



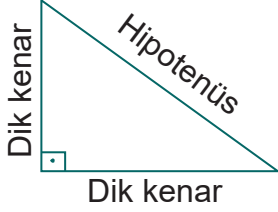
Örnek 29: Aşağıdaki üçgende [AD] açıortay olduğuna göre en kısa kenarı bulalım.



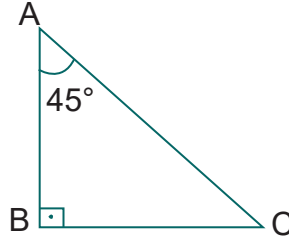
ÜÇGENLER



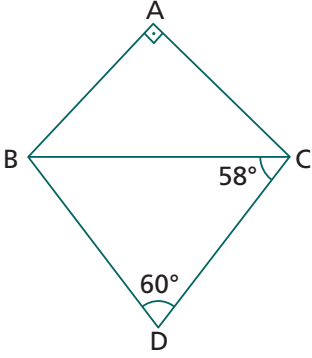
Bir açısı 90° (dik açı) olan üçgenlere dik üçgen denir. Dik üçgen de birbirine dik olan kenarlara dik kenarlar, dik açının karşısındaki kenara ise hipotenüs denir.
Dolayısıyla en uzun kenar hipotenüstür.



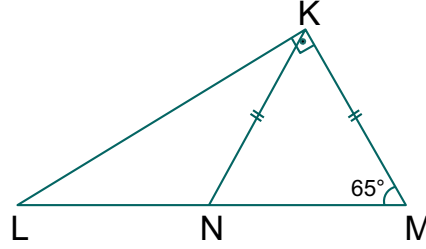
Örnek 30: ABC üçgeninin kenarlarını karşılaştıralım.



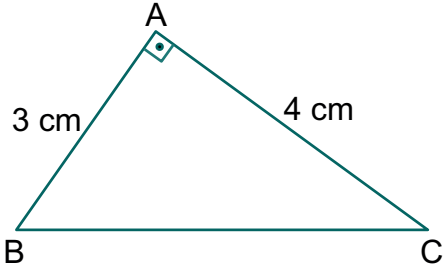
Örnek 31: Aşağıdaki şekilde hangi kenarın en uzun olduğunu bulalım.



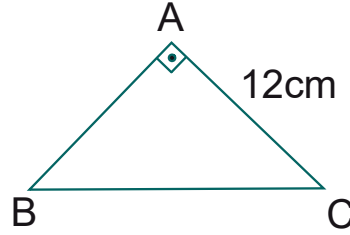
Örnek 32: Aşağıdaki şekilde hangi kenarın en uzun olduğunu bulalım.



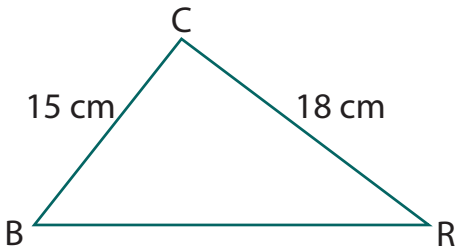
Bazı sorularda açı kenar bağıntıları ile üçgen eşitsizliği birlikte dikkate alınmalıdır.



Örnek 33: $\widehat{ABC}$ 'de $|BC|$ 'nin alabileceği en küçük tam sayı değerlerini bulalım.



Örnek 34: Aşağıda verilen üçgenin en büyük açısı $\widehat{C}$ olduğuna göre çevresinin alabileceği en küçük tam sayı değerini bulalım.



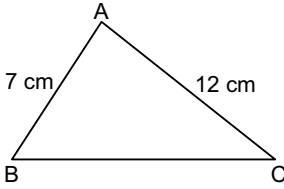
Örnek 35: Aşağıda 5 m yüksekliğinde olan duvara merdiven dayanıyor. Buna göre merdivenin boyunun alabileceği en küçük tamsayı değerini bulunuz.



1. Bir ABC dik üçgeninde $m(\hat{A}) = 90^\circ$ ve $|AC| > |AB|$ olduğuna göre aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $m(\hat{A}) > m(\hat{C}) > m(\hat{B})$
 B) $m(\hat{A}) > m(\hat{B}) > m(\hat{C})$
 C) $m(\hat{B}) > m(\hat{C}) > m(\hat{A})$
 D) $m(\hat{B}) > m(\hat{A}) > m(\hat{C})$

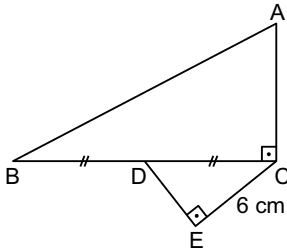
2.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = 7$ cm, $|AC| = 12$ cm ve $m(\hat{A}) > m(\hat{B}) > m(\hat{C})$ olduğuna göre $|BC|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 8 B) 11 C) 13 D) 18

3.

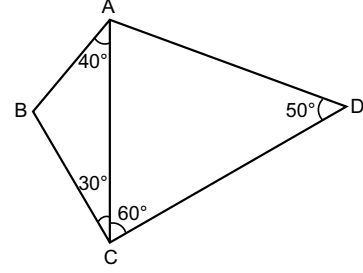


Şekildeki ABC ve DEC dik üçgenlerinin hipotenüs uzunlukları santimetre cinsinden birer tam sayıdır.

$m(\hat{DEC}) = m(\hat{ACB}) = 90^\circ$, $|CE| = 6$ cm ve $|BD| = |DC|$ olduğuna göre $|AB|$ 'nin en küçük değeri kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13

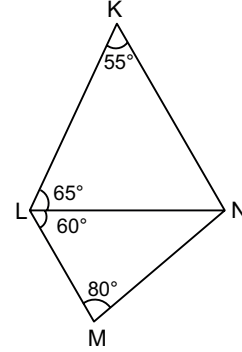
4.



Şekildeki ABCD dörtgeninde $m(\hat{CAB}) = 40^\circ$, $m(\hat{BCA}) = 30^\circ$, $m(\hat{ACD}) = 60^\circ$ ve $m(\hat{CDA}) = 50^\circ$ olduğuna göre en uzun kenar aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[AC]$ B) $[AD]$ C) $[BC]$ D) $[CD]$

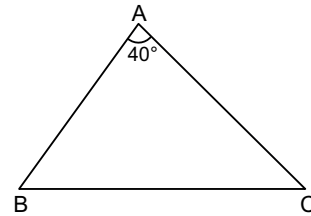
5.



Şekildeki KLMN dörtgeninde $m(\hat{NKL}) = 55^\circ$, $m(\hat{KLN}) = 65^\circ$, $m(\hat{NLM}) = 60^\circ$ ve $m(\hat{LMN}) = 80^\circ$ olduğuna göre en kısa kenar aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[KN]$ B) $[LM]$ C) $[LN]$ D) $[MN]$

6.

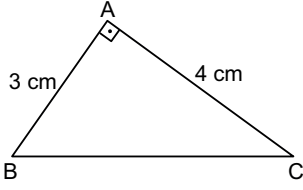


Şekildeki ABC üçgeninde $m(\hat{A}) = 40^\circ$ ve $|AC| > |AB|$ olduğuna göre C açısının ölçüsü aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 45° B) 55° C) 65° D) 75°

KKT - 3

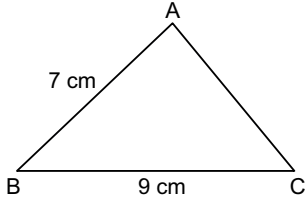
7.



Şekildeki ABC dik üçgeninde $m(\widehat{BAC}) = 90^\circ$, $|AB| = 3$ cm ve $|AC| = 4$ cm olduğuna göre aşağıdaki-lerden hangisi yanlıştır?

- A) $m(\widehat{B}) < m(\widehat{A})$ B) $|BC| > |AC|$
C) $m(\widehat{C}) > m(\widehat{B})$ D) $|AB| < |BC|$

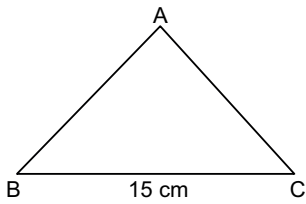
8.



Şekildeki ABC üçgeninde $|AB| = 7$ cm, $|BC| = 9$ cm ve $m(\widehat{B}) > m(\widehat{A}) > m(\widehat{C})$ olduğuna göre $|AC|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9

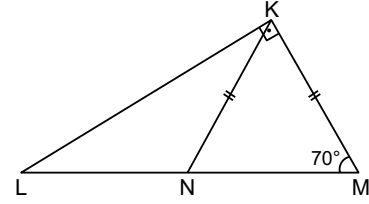
9.



Şekildeki ABC üçgeninde $|BC| = 15$ cm ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{C})$ olduğuna göre $|AB|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 6 D) 5

10.



Şekildeki KLM dik üçgeninde $m(\widehat{LKM}) = 90^\circ$, $|KN| = |KM|$ ve $m(\widehat{LMK}) = 70^\circ$ olduğuna göre aşağıdakilerden hangisi diğerlerinden uzundur?

- A) $|KL|$ B) $|KN|$ C) $|LN|$ D) $|NM|$

11. Bir ABC üçgeninin kenar uzunlukları santimetre cinsinden birer tam sayıdır.

$|BC| = 10$ cm ve $m(\widehat{A}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{C})$ olduğuna göre $|AB|$ 'nin en büyük değeri kaçtır?

- A) 12 B) 11 C) 9 D) 8

12. Bir ABC üçgeninin açıları arasında $m(\widehat{C}) > m(\widehat{B}) > m(\widehat{A})$ sıralaması vardır.

ABC üçgeninin çevresi 30 cm olduğuna göre $|AB|$ 'nin santimetre cinsinden alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5



ÜÇGENLER

ÜÇGEN ÇİZİMİ

Bir üçgenin çizilebilmesi için en az biri kenar uzunluğu olmak üzere üç tane temel elemanın verilmesi gerekir. Tek belirgin bir üçgeni çizebilmek için;

» Üç kenar uzunluğu, (K-K-K)

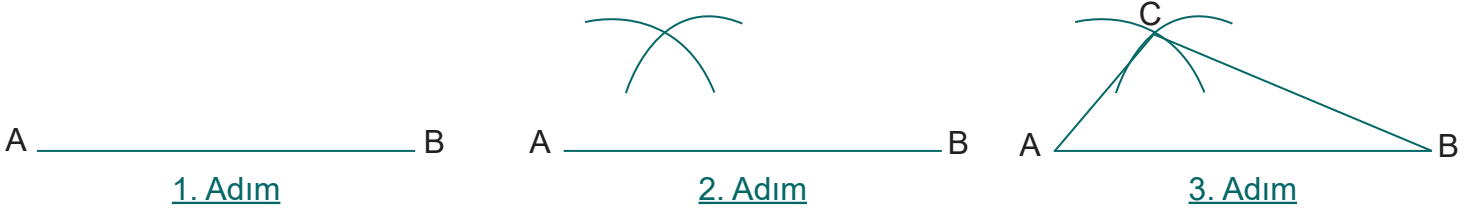
» Bir kenarının uzunluğu ile iki açısının ölçüsü, (K-A-A)

» iki kenar uzunluğu ile bu kenarların arasındaki açının ölçüsü verilmelidir. (K-A-K)

1- Üç Kenar Uzunluğu Verilen Üçgen Çizimi (K-K-K) :

Üç kenar uzunluğu verilen bir üçgen pergel ve cetvel yardımıyla çizilebilir.

Örnek 36: Kenar uzunlukları $|AB| = 5$ cm, $|AC| = 2$ cm ve $|BC| = 4$ cm olan bir üçgeni pergel ve cetvel kullanarak çizelim.



1. Adım Cetvel yardımıyla $|AB| = 5$ cm'lik kenarı çizelim.

2. Adım Pergelin ayaklarını 4 cm açıp sivri ucunu B köşesine koyarak bir yay çizelim.
Pergelin ayaklarını 2 cm açıp sivri ucunu A köşesine koyarak bir yay çizelim.

3. Adım Çizilen yayların kesişim noktası C'yi A ve B köşeleriyle birleştirerek ABC ni oluşturalım.

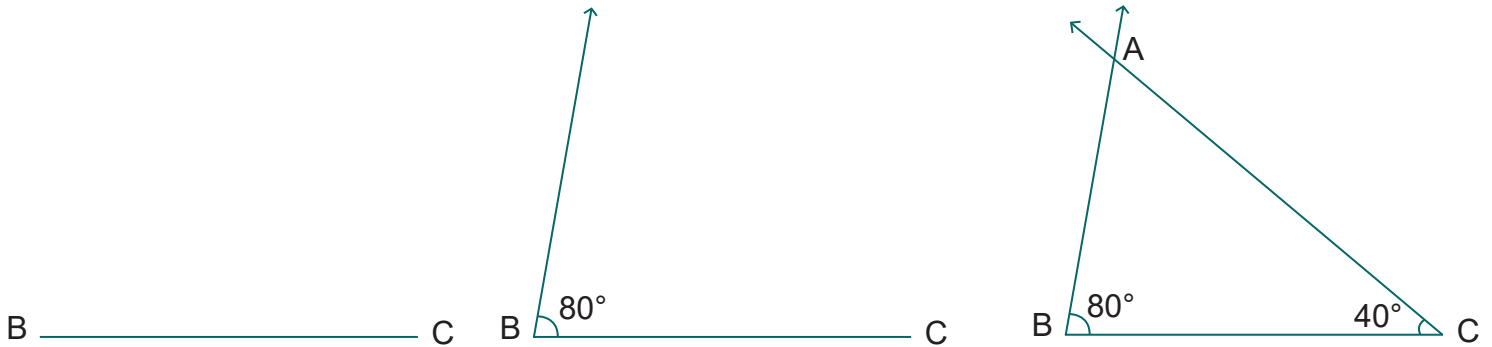


Verilen üç kenarla üçgen çizilip çizilemeyeceğine karar verirken üçgen eşitsizliğine de dikkat etmeliyiz.

2- Bir Kenarının Uzunluğu ile İki Açısının Ölçüsü Verilen Üçgen Çizimi (K-A-A) :

Bir kenar uzunluğu ile iki açısının ölçüleri verilen üçgen, cetvel ve açıölçer (iletke) yardımıyla çizilebilir.

Örnek 37: Kenar uzunluğu $|BC| = 8$ cm, $s(B) = 80^\circ$ ve $s(C) = 40^\circ$ olan üçgeni çizelim.



1. Adım : $|BC| = 8$ cm çizilir.

2. Adım : Açıölçer B köşesine konularak 80° lik açı çizilir.

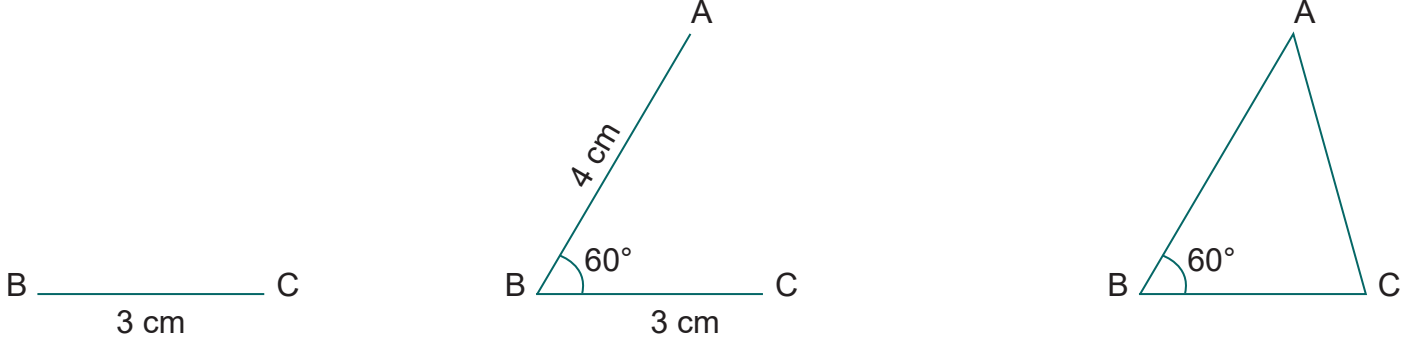
3. Adım : Açıölçer C köşesine konularak 40° lik açı çizilir. Işınların kesiştiği nokta A noktasıdır.
Böylece ABC üçgeni çizilmiş olur.

ÜÇGENLER

3- İki Kenar Uzunluğu ve Bu Kenarlar Arasındaki Açısı Verilen Üçgen Çizimi (K-A-K) :

İki kenar uzunluğu ile bu kenarlar arasındaki açısının ölçüsü verilen üçgen, cetvel ve açıölçer (ilet-ki) yardımıyla çizilebilir.

Örnek 38: $|BC| = 3$ cm, $|AB| = 4$ cm $m(B) = 60^\circ$ elemanları verilen üçgeni cetvel ve açıölçer yardımıyla çizelim.



1. Adım : $|AB| = 3$ cm'lik kenarı çizelim.

2. Adım : $m(B) = 60^\circ$ açısını açıölçerle çizelim. $|BC| = 4$ cm'lik kenarı cetvel yardımıyla çizelim.

3. Adım : A ve C köşelerini birleştiren doğru parçasını çizerek ABC ni oluşturalım.

Örnek 39: $|AB| = 6$ cm ve $\hat{s}(BAC) = 55^\circ$ olarak verilen ABC üçgeninin çizilebilmesi için hangi değerlerin bilinmesi gerektiğini bulalım.

Örnek 40: $|AB| = 8$ cm ve $|BC| = 5$ cm olarak verilen ABC üçgeninin çizilebilmesi için hangi değerlerin bilinmesi gerektiğini bulalım.

Örnek 41: Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başına "D", yanlış olanların başına "Y" yazınız.

..... a = 2 cm, b = 5 cm ve c = 6 cm ise ABC çizilemez.

..... Üç açısının da ölçüsü verilen belirli bir üçgen çizilebilir.

..... Bir kenar uzunluğu verilen eşkenar üçgen çizilebilir.

..... $m(K) = 65^\circ$, $m(L) = 50^\circ$ ve $m = 10$ cm ise KLM çizilebilir.

..... İki açısının ölçüsü ve bu açılar arasındaki kenar uzunluğu verilen üçgen çizilemez.

..... d = 12 cm, e = 5 cm ve $m(F) = 90^\circ$ ise DEF çizilebilir.

Örnek 42: Aşağıda verilen üçgenlerden hangilerinin tek bir üçgen belirttiğini bulalım. (İnceleyelim)

a) $|AB| = 3$ cm, $s(A) = 40^\circ$

b) $|AB| = 5$ cm, $|BC| = 8$ cm, $s(A) = 60^\circ$

c) $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 8$ cm, $|AC| = 10$ cm

d) $|AB| = 6$ cm, $|BC| = 9$ cm, $s(B) = 80^\circ$

e) $s(A) = 40^\circ$, $s(B) = 60^\circ$, $s(C) = 80^\circ$

1. Aşağıdakilerden hangisinde verilenlerle tek bir ABC üçgeni çizilemez?

- A) $|AB| = 4 \text{ cm}$, $m(\widehat{B}) = 35^\circ$, $|BC| = 6 \text{ cm}$
- B) $|AB| = 10 \text{ cm}$, $|BC| = 12 \text{ cm}$, $m(\widehat{C}) = 45^\circ$
- C) $|AB| = 9 \text{ cm}$, $|BC| = 10 \text{ cm}$, $|AC| = 3 \text{ cm}$
- D) $m(\widehat{B}) = 52^\circ$, $m(\widehat{C}) = 74^\circ$, $|BC| = 10 \text{ cm}$

2. $m(\widehat{A}) = 40^\circ$, $m(\widehat{B}) = 60^\circ$ ve $|AB| = 15 \text{ cm}$ olan ABC üçgeninin tek bir şekilde çizilebilmesi için aşağıdaki araçlardan hangileri kesinlikle kullanılmalıdır?

- A) Açölçer, Cetvel
- B) Cetvel, Pergel
- C) Açölçer, Gönye
- D) Pergel, Gönye

3. Bir DEF üçgeninde $m(\widehat{D}) = 65^\circ$ ve $|ED| = 9 \text{ cm}$ 'dir. Aşağıdakilerden hangisinin bilinmesi tek bir DEF üçgeni çizilemek için yeterli değildir?

- A) $m(\widehat{F})$
- B) $m(\widehat{E})$
- C) $|EF|$
- D) $|DF|$

4. Aşağıdaki üçgenlerden hangisi tek bir şekilde çizilemez?

- A) Hipotenüs uzunluğu 5 cm olan dik üçgen
- B) Çevresi 18 cm olan eşkenar üçgen
- C) Dik kenarlarından birinin uzunluğu 3 cm olan ikizkenar dik üçgen
- D) En kısa kenarının uzunluğu 7 cm, iki iç açısının ölçüsü 40° ve 80° olan üçgen

5. Sadece cetvel ve pergel kullanılarak tek bir şekilde çizilebilecek ABC üçgeni için aşağıdaki elemanlardan hangisinin ölçüsünün bilinmesine gerek yoktur?

- A) $|AB|$
- B) $|AC|$
- C) $\widehat{A}$
- D) $|BC|$

6. Aşağıdakilerden hangisinde verilenlerle tek bir üçgen çizilemez?

- A) $|KL| = 10 \text{ cm}$, $|LM| = 7 \text{ cm}$, $m(\widehat{L}) = 70^\circ$
- B) $|AB| = 6 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$, $|AC| = 10 \text{ cm}$
- C) $|PR| = 9 \text{ cm}$, $|RS| = 8 \text{ cm}$, $m(\widehat{P}) = 25^\circ$
- D) $m(\widehat{D}) = 40^\circ$, $m(\widehat{E}) = 50^\circ$, $|EF| = 7 \text{ cm}$

7. $|AB| = 12 \text{ cm}$, $|BC| = 7 \text{ cm}$ ve $|CA| = 6 \text{ cm}$ olan ABC üçgeninin tek bir şekilde çizilebilmesi için aşağıdaki araçlardan hangileri kesinlikle kullanılmalıdır?

- A) Cetvel, Pergel
B) Cetvel, Gönye
C) Açölçer, Cetvel
D) Pergel, Gönye

8. Aşağıdakilerden hangisinde sadece cetvel, açölçer ve verilen bilgiler kullanılarak tek bir ABC üçgeni çizilemez?

- A) $m(\hat{A}) = 60^\circ$, $m(\hat{C}) = 50^\circ$, $|AC| = 7 \text{ cm}$
B) $|AB| = 8 \text{ cm}$, $|BC| = 10 \text{ cm}$, $m(\hat{B}) = 60^\circ$
C) $m(\hat{A}) = 65^\circ$, $m(\hat{B}) = 48^\circ$, $|AB| = 8 \text{ cm}$
D) $|AB| = 7 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$, $|AC| = 9 \text{ cm}$

9. Aşağıdakilerden hangisinde verilenlerle birden fazla ABC üçgeni çizilebilir?

- A) $m(\hat{A}) = 45^\circ$, $m(\hat{B}) = 30^\circ$, $|BC| = 10 \text{ cm}$
B) $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = 7 \text{ cm}$, $m(\hat{C}) = 45^\circ$
C) $|BC| = 10 \text{ cm}$, $|AC| = 6 \text{ cm}$, $m(\hat{C}) = 50^\circ$
D) $m(\hat{B}) = 60^\circ$, $m(\hat{C}) = 50^\circ$, $|AB| = 8 \text{ cm}$

10. Bir ABC üçgeninde $|AB| = 8 \text{ cm}$ 'dir.

Buna göre aşağıdakilerden hangisinde verilen ölçüler bilindiğinde tek bir ABC üçgeni çizilebilir?

- A) $m(\hat{C})$ ve $|AC|$
B) $m(\hat{C})$ ve $|BC|$
C) $m(\hat{B})$ ve $|AC|$
D) $m(\hat{B})$ ve $|BC|$

11. • Herhangi iki kenarının uzunluğu ve bir açısının ölçüsü
• Üç kenarının uzunluğu
• Herhangi iki açısının ölçüsü ve bir kenarının uzunluğu
• Üç açısının ölçüsü

Yukarıdaki ifadelerin kaç tanesinde verilen ölçülerin tek başına bilinmesi tek bir üçgen çizilebilmesi için yeterlidir?

- A) 1
B) 2
C) 3
D) 4

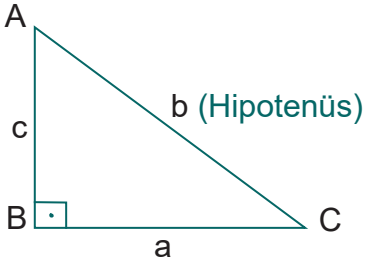
12. Aşağıdakilerden hangisinde verilenlerle tek bir ABC üçgeni çizilemez?

- A) $m(\hat{A}) = 55^\circ$, $m(\hat{B}) = 70^\circ$, $|AB| = 12 \text{ cm}$
B) $|AB| = 4 \text{ cm}$, $|BC| = 8 \text{ cm}$, $|AC| = 10 \text{ cm}$
C) $m(\hat{A}) = 55^\circ$, $m(\hat{B}) = 70^\circ$, $m(\hat{C}) = 55^\circ$
D) $m(\hat{B}) = 80^\circ$, $|AB| = 9 \text{ cm}$, $|BC| = 6 \text{ cm}$

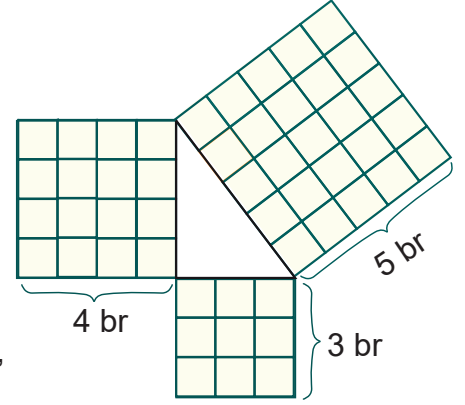


ÜÇGENLER

PİSAGOR BAĞINTISI



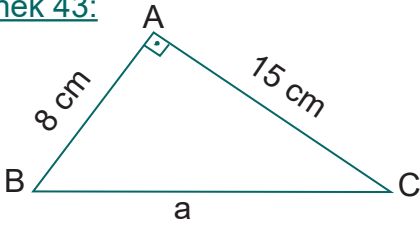
$$b^2 = a^2 + c^2$$



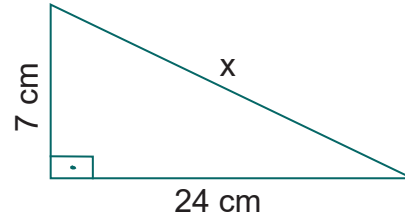
Dik üçgenlerde 90°'lik açının karşısındaki kenara hipotenüs denir. Bir dik üçgende dik kenarların uzunluklarının karelerinin toplamı, hipotenüsün uzunluğunun karesine eşittir.

Bu bağıntıya, Pisagor bağıntısı denir

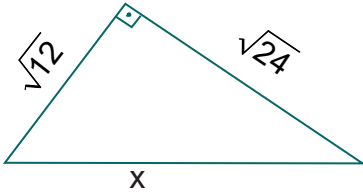
Örnek 43:



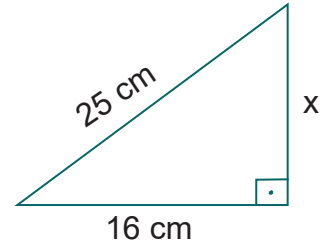
Örnek 44:



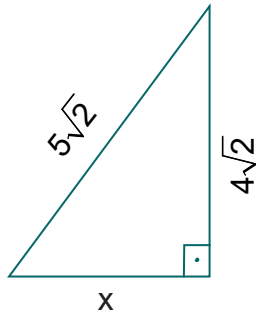
Örnek 45:



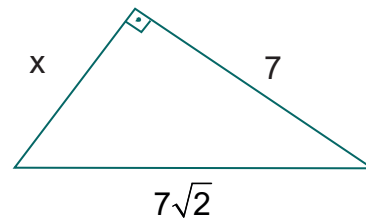
Örnek 46:



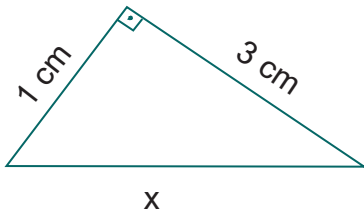
Örnek 47:



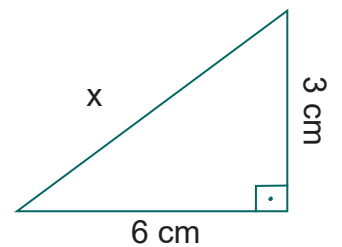
Örnek 48:



Örnek 49:



Örnek 50:



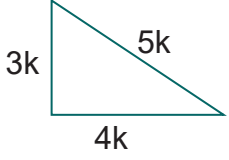
ÜÇGENLER

ÖZEL ÜÇGENLER

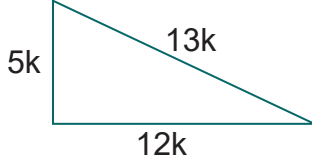
Özel üçgenler; pisagor bağıntısı ile ilgili sorularda, çok kullanılan üçgenlerdir. İşlem yapmadan verilen kenarları kolayca bulmamızı sağlar.

Ayrıca bu üçgenlerin katları da geçerlidir.

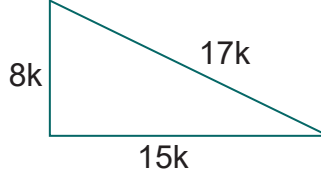
KENARLARINA GÖRE



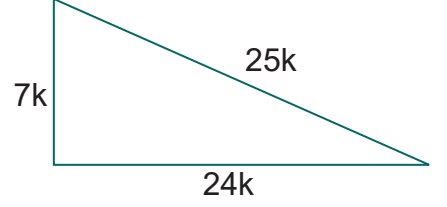
3 - 4 - 5
6 - 8 - 10
9 - 12 - 15
...



5 - 12 - 13
10 - 24 - 25
15 - 36 - 39
...

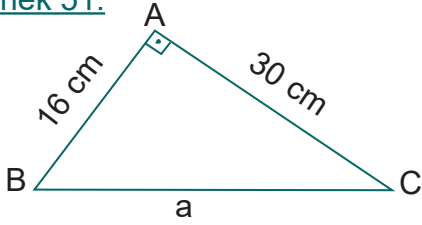


8 - 15 - 17
16 - 30 - 34
24 - 45 - 51
...

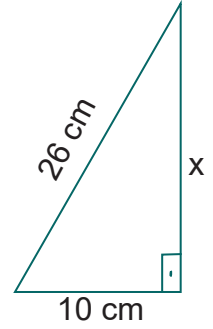


7 - 24 - 25
14 - 48 - 50
21 - 72 - 75
...

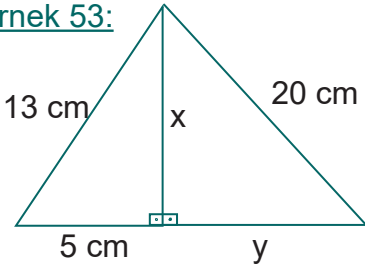
Örnek 51:



Örnek 52:

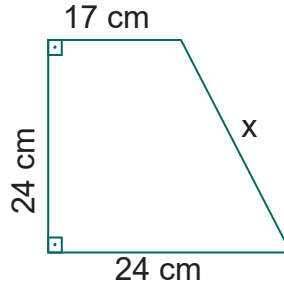


Örnek 53:

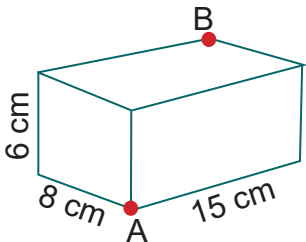


$$x + y = ?$$

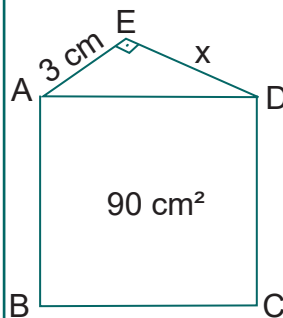
Örnek 54:



Örnek 55: Dikdörtgenler prizmasında A ve B noktaları arasındaki en kısa uzaklık kaç cm?



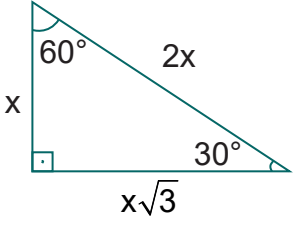
Örnek 56: ABCD karesinin alanı 90 cm^2 ise; $x = ?$



ÜÇGENLER

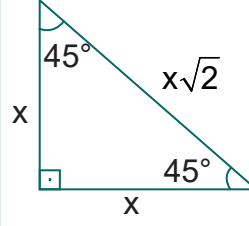
AÇILARINA GÖRE

30 - 60 - 90 Üçgeni



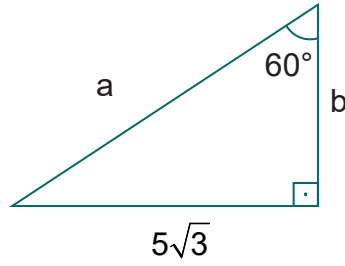
30° nin karşısındaki kenar hipotenüsün yarısına eşittir. 60° nin karşısındaki kenar ise hipotenüsün yarısının $\sqrt{3}$ katına eşittir.

45 - 45 - 90 Üçgeni

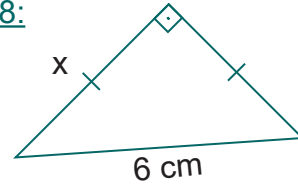


İkiz kenar dik üçgenlerde hipotenüs dik kenar uzunluğunun $\sqrt{2}$ katına eşittir.

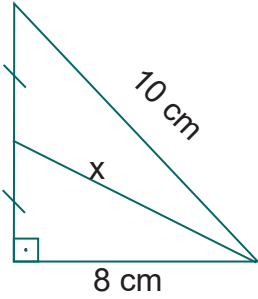
Örnek 57: $a + b = ?$



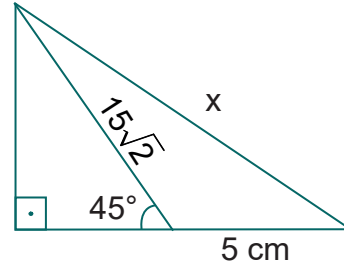
Örnek 58:



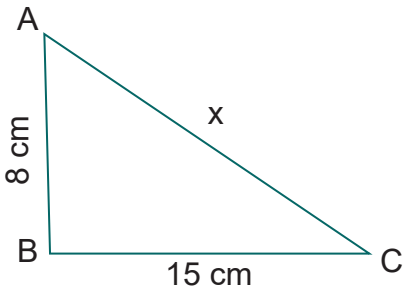
Örnek 59:



Örnek 60:

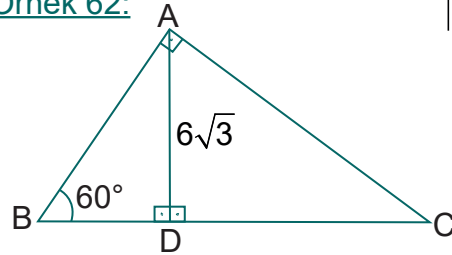


Örnek 61: $s(\hat{B}) > 90^\circ$ olduğuna göre x 'in alabileceği değerler nelerdir?



Örnek 62:

$|AB| + |BC| = ?$

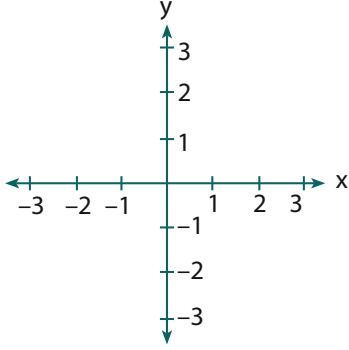


ÜÇGENLER

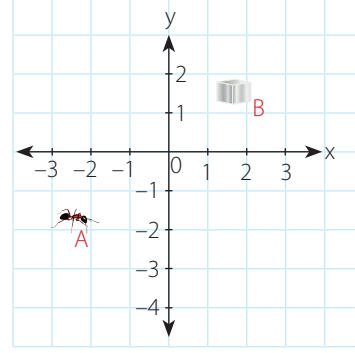
KOORDİNAT DÜZLEMİNDE PİSAGOR BAĞINTISI

Koordinat düzlemi üzerinde verilen iki nokta arasındaki uzaklığı pisagor bağıntısından yararlanarak bulabiliriz.

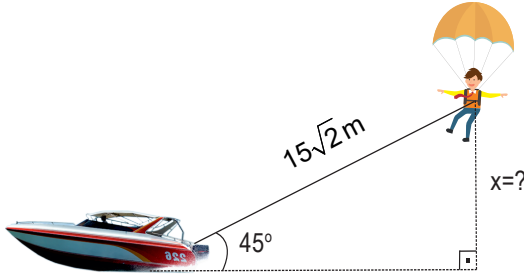
Örnek 63: Koordinat sisteminde A(2, 1) ve B(-3, 3) noktaları arasındaki uzaklığın kaç birim olduğunu bulalım.



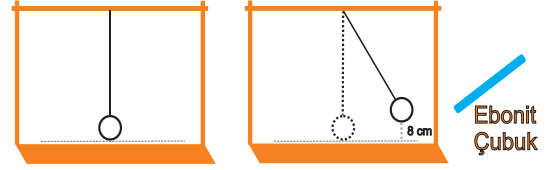
Örnek 64: A(-2, -2) noktasındaki karınca, B(2, 1) noktasında bulunan şekerin yanına gitmek istiyor. Karıncanın alacağı en kısa yolun kaç birim olduğunu bulalım.



Örnek 65: Şekilde gösterilen su paraşütçüsü deniz ile 45° lik açıyla ilerliyor. Tekne ile paraşüt arasındaki ipin uzunluğu $15\sqrt{2}$ m olduğuna göre paraşütçünün deniz seviyesinden yüksekliği kaç metre' dir?



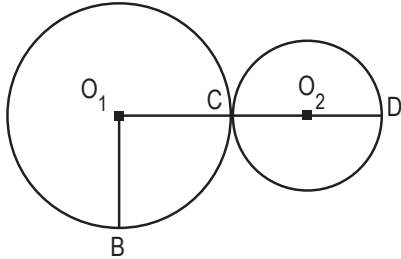
Örnek 66: Boyu 20 cm olan sarkacı Afra ebonit çubuk ile yerden 8 cm yüksekliğe kadırmıştır. Afra sarkaca yatayda kaç cm yer değiştirmiştir?



Örnek 67:

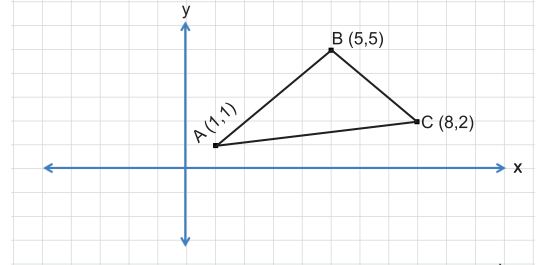
$$[O_1C] \perp [O_1B]$$

$$|BD| = 20\text{cm}$$



Yukarıdaki şekilde verilen birbirine dıştan teğet O_1 ve O_2 merkezli çemberlerden büyük olanın yarıçapı küçük olanın yarıçapının 6 katıdır. Buna göre büyük olanın yarıçapı kaç cm?

Örnek 68:



Yukarıdaki koordinat düzleminde verilen $\triangle ABC$ köşe koordinatları A(1,1), B(5,5) ve C(8,2)' dir. Buna göre ABC üçgeninin çevre uzunluğu kaç birimdir?

KKT - 5

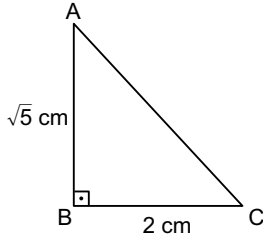
1. Çevresi 20 cm olan karenin köşegeninin uzunluğu kaç santimetredir?

A) 10 B) $5\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{2}$ D) 4

4. Koordinat düzleminde $M(-3, 5)$ noktasının başlangıç noktasına olan uzaklığı kaç birimdir?

A) 4 B) $2\sqrt{6}$ C) $\sqrt{34}$ D) $\sqrt{46}$

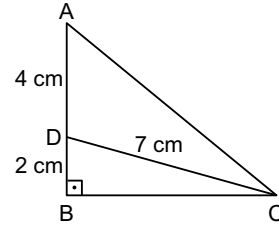
2.



Şekildeki ABC dik üçgeninde $m(\widehat{B}) = 90^\circ$, $|AB| = \sqrt{5}$ cm ve $|BC| = 2$ cm olduğuna göre $|AC|$ kaç santimetredir?

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{7}$ C) 3 D) 4

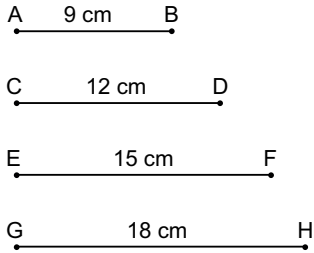
5.



Şekildeki ABC dik üçgeninde D noktası $[AB]$ üzerindedir. $m(\widehat{ABC}) = 90^\circ$, $|AD| = 4$ cm, $|DB| = 2$ cm ve $|DC| = 7$ cm olduğuna göre $|AC|$ kaç santimetredir?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11

3.

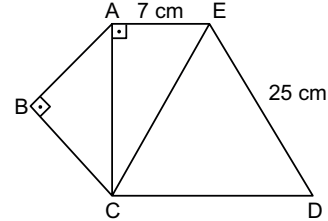


Yukarıdaki doğru parçalarından üç tanesi uç uca birleştirilerek bir dik üçgen oluşturuluyor.

Buna göre verilen doğru parçalarından hangisi bu dik üçgen oluşturulurken kullanılmamıştır?

A) $[AB]$ B) $[CD]$ C) $[EF]$ D) $[GH]$

6.

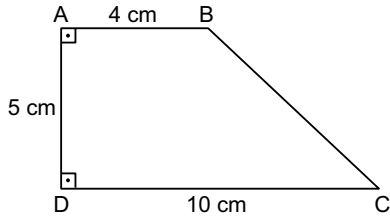


Şekilde ABC ikizkenar dik üçgen ve ECD eşkenar üçgenidir.

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{CAE}) = 90^\circ$, $|AE| = 7$ cm ve $|ED| = 25$ cm olduğuna göre $|BC|$ kaç santimetredir?

A) $12\sqrt{2}$ B) 12 C) $6\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$

7.



Şekildeki ABCD dörtgeninde $[AD] \perp [DC]$, $[AB] \perp [AD]$, $|AB| = 4$ cm, $|AD| = 5$ cm ve $|DC| = 10$ cm olduğuna göre $|BC|$ kaç santimetredir?

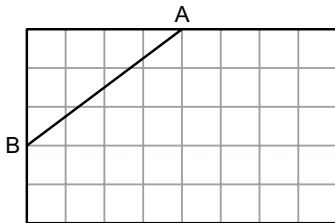
- A) $\sqrt{73}$ B) $\sqrt{67}$ C) $\sqrt{61}$ D) $\sqrt{51}$

8. Aynı düzlemde bulunan A noktasının B ve C noktalarına uzaklıkları eşit ve 13 cm'dir.

A noktasının, B ve C noktalarını birleştiren doğru parçasının orta noktasına uzaklığı 12 cm olduğuna göre B noktasının C noktasına uzaklığı kaç santimetredir?

- A) 10 B) 15 C) 20 D) 25

9.

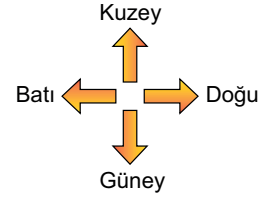


Şekilde eş karelerden oluşan bir dikdörtgen verilmiştir.

$|AB| = 20$ cm olduğuna göre bu dikdörtgenin çevresi kaç santimetredir?

- A) 156 B) 104 C) 94 D) 52

10.



Aynı noktadan harekete başlayan iki arkadaşın; Elif önce bulunduğu noktanın 5 m kuzeyine, sonra geldiği noktanın 4 m doğusuna; Sevgi ise önce bulunduğu noktanın 8 m batısına, sonra geldiği noktanın 4 m güneyine gitmiştir.

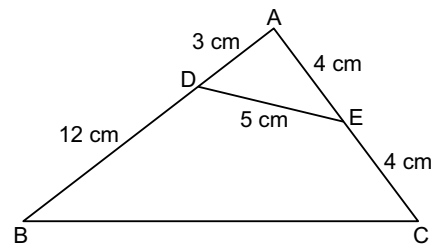
Buna göre son durumda Elif'in geldiği noktanın Sevgi'nin geldiği noktaya uzaklığı kaç metredir?

- A) 25 B) 20 C) 17 D) 15

11. Koordinat düzleminde A(2, -3) noktasının B(5, a) noktasına uzaklığı 5 birim olduğuna göre a'nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -9 B) -6 C) 6 D) 8

12.



Şekildeki ABC üçgeninde D ve E noktaları sırasıyla $[AB]$ ve $[AC]$ üzerindedir.

$|BD| = 12$ cm, $|DA| = 3$ cm, $|AE| = 4$ cm, $|EC| = 4$ cm ve $|DE| = 5$ cm olduğuna göre $|BC|$ kaç santimetredir?

- A) 12 B) 15 C) 17 D) 18

