



8.1.1.1: Verilen pozitif tam sayıların çarpanlarını bulur; pozitif tam sayıları üslü ifade ya da üslü ifadelerin çarpımı şeklinde yazar.

ÇARPAN (BÖLEN)

Her tam sayı en az iki pozitif tam sayının çarpımı şeklin de yazılabilir.

Bu yazılan sayılardan her birine o sayısının çarpanı denir.

Her tam sayı, kendi çarpanlarına kalansız olarak bölünür.

★ Bu yüzden bir tam sayının çarpanları aynı zamanda o sayının bölenleridir.

ÖRNEK - 1: 18 sayısının pozitif çarpanlarını (bölenlerini) bulalım.

$$\begin{aligned} 18 &= 1 \cdot 18 \\ 18 &= 2 \cdot 9 \\ 18 &= 3 \cdot 6 \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 18 \text{ sayısının çarpanları;} \\ 1, 2, 3, 6, 9 \text{ ve } 18 \text{ ' dir.} \end{array}$$

SORU - 1 : 80 sayısının pozitif çarpanlarını (bölenlerini) bulunuz.

$$\begin{aligned} 80 &= \square \cdot \square & 80 &= \square \cdot \square \\ 80 &= \square \cdot \square & 80 &= \square \cdot \square \\ 80 &= \square \cdot \square & 80 &= \square \cdot \square \end{aligned}$$

80 Sayısının çarpanları;

SORU - 2: Aşağıda ki tam sayıların pozitif çarpanlarını (bölenlerini) yazınız.

$$15 = \{ \dots\dots\dots \}$$

$$20 = \{ \dots\dots\dots \}$$

$$48 = \{ \dots\dots\dots \}$$

$$60 = \{ \dots\dots\dots \}$$

ASAL SAYILAR

Sadece iki böleni (çarpanı) olan sayılara asal sayılar denir. Bu sayının bölenlerinden biri o sayının kendisi diğeri ise 1'dir. Yani sadece 1'e ve kendisine bölünen 1'den büyük sayılara asal sayılar denir.

★ En küçük asal sayı 2 dir. 2 den başka çift asal sayı yoktur.

ÖRNEK-2 : 17 ve 27 sayılarının asal sayı olup olmadığını inceleyelim.

17'ün çarpanları = 1 ve 17

27'in çarpanları = 1, 3, 9 ve 27

17 sayısının sadece 2 çarpanı olduğundan (sadece 1'e ve kendisine bölündüğünden) asal sayıdır.

SORU-3 : Aşağıdaki tabloda verilen sayılardan asal olanları yuvarlak içine alınız.

33	38	39	17	51	91	2
1	65	67	81	86	92	77
79	29	99	97	23	49	41
37	25	21	44	55	53	59
61	62	63	73	70	88	97

ASAL ÇARPANLAR

Bir doğal sayının çarpanlarından asal olanlarına, bu doğal sayının asal çarpanları denir.

ÖRNEK-3 : 21 sayısının asal çarpanlarını bulalım

$$21 = 1.21$$

$$21 = 3.7$$

21 sayısının çarpanları: 1, 3, 7, 21

21 sayısının asal çarpanları: 3 ve 7

SORU-4: Aşağıdaki sayıların asal çarpanlarını bulunuz.

20 sayısının asal çarpanları =

32 sayısının asal çarpanları =

ASAL ÇARPANLARINA AYIRMA

Bir sayının asal çarpanlarına ayrılması, o sayıyı asal çarpanların çarpımı şeklinde ifade etmektir.

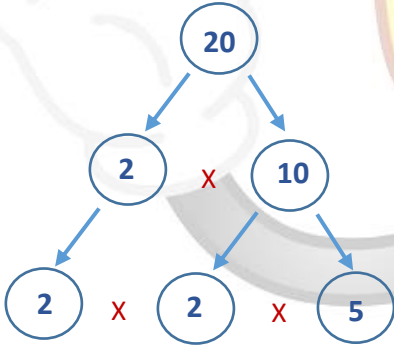
1 den büyük her doğal sayı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde ifade edilir. Yani 1 hariç tüm doğal sayıları asal çarpanlarına ayırabiliriz.

Bir sayıyı asal çarpanlarına ayırmanın 2 yöntemi vardır.

1.YÖNTEM (ÇARPAN AĞACI)

Sayıları iki sayının çarpımı şeklinde dallara ayırıp asal olanları yuvarlak içine alırız. Yuvarlak içine aldığımız tüm sayıları çarptığımızda sayıyı asal çarpanlarına ayırmış oluruz.

ÖRNEK-4: 20 sayısını çarpan ağacıyla çarpanlarına ayıralım.



Burada 20 sayısını $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ şeklinde yazarak asal çarpanlarına ayırmış olduk.

Bu ifadeyi üslü olarak $20 = 2^2 \cdot 5$ şeklinde de yazabiliriz.

20 sayısının asal çarpanları 2 ve 5 'tir.

SORU-5 : Aşağıdaki tam sayıları çarpan ağacı yöntemiyle asal çarpanlarına ayırınız.



Asal çarpanlarına ayrılmış hali: $36 =$



Asal çarpanlarına ayrılmış hali: $90 =$

2.YÖNTEM (ÇARPAN ALGORİTMASI)

Bu yöntemde asal çarpanları bulmak için doğal sayı asal sayılara sırası ile (en küçük asal sayıdan başlanarak) bölünür. Kalansız bölünemeyenler atlanır. Bu işleme 1 kalıncaya kadar devam edilir.

Sonra bulduğumuz asal sayıları çarpım şeklinde yazarız.

ÖRNEK-5 : 72 sayısını asal çarpan algoritmasıyla çarpanlarına ayıralım.

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

72 sayısının asal çarpanları: 2 ve 3 tür

72 sayısının asal çarpanlarına ayrılmış hali: $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

Üslü nicelik olarak gösterimi: $72 = 2^3 \cdot 3^2$

SORU-6 : Aşağıdaki tam sayıları asal çarpan algoritması yöntemiyle asal çarpanlarına ayırınız.

120

Asal çarpanlar:

Asal çarpanlarına ayrılmış hali:

Üslü yazılışı:

80

Asal çarpanlar:

Asal çarpanlarına ayrılmış hali:

Üslü yazılışı:

8.1.1.2: iki doğal sayının en büyük ortak bölenini (EBOB) ve en küçük ortak katını(EKOK) hesaplar; ilgili problemleri çözer.

EN BÜYÜK ORTAK BÖLEN (EBOB)

İki veya daha fazla sayının ortak bölenlerinden en büyüğüne bu sayıların en büyük ortak böleni (EBOB) denir.

ÖRNEK-6: 12 ve 18 sayılarının en büyük ortak böleni (EBOB) kaçtır?

12'nin bölenleri: 1, 2, 3, 4, 6, 12

18'in bölenleri: 1, 2, 3, 6, 9, 18

12 ve 18'in ortak bölenleri: 1, 2, 3, 6

12 ve 18'in en büyük ortak böleni: 6

$EBOB(12, 18) = 6$

SORU-7 : 24 ve 36 sayılarının en büyük ortak böleni (EBOB) kaçtır?

Pratik bir şekilde EBOB bulunurken; sayılar birlikte asal çarpanlarına ayrılır. Her iki sayıyı da bölen sayılar (ortak bölenler) işaretlenerek çarpılır.

ÖRNEK-7: 30 ve 36 sayılarının en büyük ortak bölenini (EBOB) bulunuz.

30	36	2✓	2·3 = 6
15	18	2	
15	9	3✓	
5	3	5	
1			

$EBOB(30,36) = 6$

SORU-8 : 18 ve 30 sayılarının EBOB'u kaçtır?

SORU-9 : 60 ve 80 sayılarının EBOB'u kaçtır?

EN KÜÇÜK ORTAK KAT (EKOK)

İki veya daha fazla sayının ortak katlarından en küçüğüne bu sayıların en küçük ortak katı (EKOK) denir.

ÖRNEK-8: 6 ve 8 sayılarının en küçük ortak katı (EKOK) kaçtır?

6'nın katları: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, ...

8'in katları: 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, ...

12 ve 18'in ortak katları: 24, 48, ...

12 ve 18'in en büyük ortak katı: 24

$EKOK(6, 8) = 24$

SORU-10 : 8 ve 10 sayılarının en küçük ortak katı (EKOK) kaçtır?

Pratik bir şekilde EKOK bulunurken; sayılar birlikte asal çarpanlarına ayrılır. Elde edilen tüm asal çarpanlar çarpılır.

ÖRNEK-9: 12 ve 18 sayılarının en küçük ortak katını (EKOK) bulunuz.

12	18	2	2·2·3·3 = 36
6	9	2	
3	9	3	
1	3	3	
	1		

$EKOK(12,18) = 36$

SORU-11 : 24 ile 96 sayılarının EKOK'unu bulunuz.

SORU-12 : 40 ve 45 sayılarının EKOK'u kaçtır?

Biri diğerrinin tam katına eşit olan iki sayının EBOB'u küçük olan sayıya, EKOK'u ise büyük olan sayıya eşittir.

SORU-13 : Aşağıdaki sayı çiftlerinin EBOB ve EKOK'larını bulunuz.

$$\text{EBOB} (20, 40) =$$

$$\text{EBOB} (45, 9) =$$

$$\text{EKOK} (20, 40) =$$

$$\text{EKOK} (45, 9) =$$

EBOB VE EKOK PROBLEMLERİ

Bir bütünü parçalama işlemi varsa EBOB kullanılır.
Parçalar birleştirilip bir bütün oluşturuluyorsa EKOK kullanılır.
Zaman ile ilgili problemlerde EKOK kullanılır.
İki sayının çarpımı, EBOB ile EKOK'larının çarpımına eşittir.

ÖRNEK-10: 24 kg pilavlık pirinç ve 28 kg Osmancık pirinci birbirine karıştırılmadan ve hiç artmayacak şekilde en büyük hacimli torbalara konulacaktır. Kullanılacak torbalar kaç kg'lık olmalıdır?

★ Büyük parçalar daha küçük parçalara bölündüğü için EBOB bulunur.

$$\text{EBOB} (24, 28) = 4$$

En büyük hacimli torbanın ağırlığı 4 kg olmalıdır.

SORU-14 : 18 litre zeytinyağı ve 30 litre Ayçiçek yağı birbirine karıştırılmadan eşit büyüklükteki şişelere doldurulacaktır. Bu iş için en az kaç şişe gerekir?

ÖRNEK-11: İki otobüsten biri 6 saatte bir, diğeri 10 saatte bir sefer yapmaktadır. İki otobüs birlikte sefere başladıktan en az kaç saat sonra tekrar birlikte sefere çıkarlar?

İlk seferden sonraki beraber kalkışları 6 ve 10'un ortak bir katı olmalıdır. En az sürede olması istendiğinden EKOK bulunur.

$$\text{EKOK} (6, 10) = 30$$

30 saat sonra iki otobüs tekrar birlikte sefere çıkar.

SORU-15 : Bir limanda bulunan 3 farklı gemi 15, 20 ve 25 dakikada bir sefere çıkmaktadır. Üçü birlikte aynı anda ilk kez saat 06:00 da sefere çıktıklarına göre, ikinci kez aynı anda saat kaçta sefere çıkarlar?

ÖRNEK-12: Hakan, cevizlerini 5 erli 7 şerli ve 10 arlı saydığında, her defasında 3 cevizini artıyor. Buna göre, Hakan'ın en az kaç tane cevizini vardır?

Hiç ceviz artmadığını düşünelim. Bu durumda ceviz sayısı 5, 7 ve 10'un bir katı olmalıdır.

Ceviz sayısının en az olması istendiğine göre bunu 5, 7 ve 10'un en küçük ortak katından buluruz.

$$\text{EKOK} (5, 7, 10) = 70$$

Yani artan ceviz olmadığı zaman ceviz sayısı 70'tir

Fakat 3 ceviz arttığı için ceviz sayısı: $70 + 3 = 73$ 'tür.

SORU-16 : 3, 5 ve 6'ya bölündüğünde her seferinde 2 kalanını veren, 50'den büyük en küçük tam sayı kaçtır?

ÖRNEK-13: Kenar uzunlukları 20 m ve 32 m olan olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin çevresine köşelerde de ağaç olacak şekilde eşit aralıklarla en az kaç ağaç dikilebilir?

Bahçenin etrafı eşit aralıklara bölüneceği için ortak bölen kullanmalıyız. Ağaç sayısının en az olmasını istiyorsak ağaçlar arasındaki mesafeyi en fazla tutmalıyız. Bu durumda EBOB kullanılır.

$$\text{EBOB} (20, 32) = 4$$

4 m ağaçlar arasındaki mesafedir. Bahçenin çevre uzunluğu 104 m olduğundan

$$104:4 = 26 \text{ ağaç dikilebilir.}$$

SORU-17 : 40 m, 56m ve 72m uzunluğundaki 3 farklı tahta eşit uzunlukta parçalara ayrılıyor. Parçalardan birinin uzunluğu en fazla kaç m olur?

8.1.1.3: Verilen iki doğal sayının aralarında asal olup olmadığını belirler.

1'den başka ortak böleni (çarpanı) olmayan sayılara aralarında asal sayılar denir. Sayıların aralarında asal olması için asal olmaları gerekmez.

ÖRNEK-14: 7 ile 9 sayılarının aralarında asal olup olmadıklarını inceleyelim.

7'nin çarpanları: 1, 7

9'un çarpanları: 1, 3, 9

7 ile 9'un 1'den başka ortak çarpanı (böleni) yoktur. Bu yüzden 7 ile 9 aralarında asal sayılardır.

ÖRNEK-15: 30 ile 55 sayılarının aralarında asal olup olmadıklarını inceleyelim.

30'un çarpanları: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

55'in çarpanları: 1, 5, 11, 55

30 ile 55'in 1 den başka ortak çarpanı (5) olduğundan 30 ile 55 aralarında asal değildir.

SORU-18 : Aşağıdaki sayı gruplarının aralarında asal olup olmadıklarını belirleyiniz.

😊 12 ile 15

😊 8 ile 30

😊 12 ile 25

😊 15 ile 28

😊 18 ile 19

😊 77 ile 78

★★★★ Ardışık sayılar daima aralarında asaldır.

Aralarında asal sayıların EBOB'u 1 e eşittir.

SORU-19 : Aşağıdaki sayı gruplarının en büyük ortak bölenlerini (EBOB) bulunuz.

* EBOB (8, 9) =

* EBOB (9, 41) =

Aralarında asal sayıların EKOK'u, verilen sayıların çarpımına eşittir.

SORU-20 : Aşağıdaki sayı gruplarının en küçük ortak katını (EKOK) bulunuz.

* EKOK (4, 9) =

* EKOK (7, 15) =

SORU-21 : Aralarında asal iki sayının en küçük ortak katı 420'dir. Bu sayılardan biri 15 olduğuna göre diğer sayı kaçtır?

SORU-22 : x ile y doğal sayıları aralarında asaldır.

$\frac{x}{y} = \frac{20}{25}$ olduğuna göre; $x + y$ toplamı kaçtır?

SORU-23 : 18 ve 1A iki basamaklı doğal sayıları aralarında asal olduğuna göre A'nın alabileceği değerleri bulunuz.